Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2025. Т. 53. №4. С. 45 - 58. ISSN 2079-6641

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

https://doi.org/10.26117/2079-6641-2025-53-4-45-58

Научная статья

Полный текст на русском языке

УДК 519.254, 519.21, 519.651, 519.654

Приложение дробной модели деформационной активности к исследованию свойств эредитарности и нестационарности сейсмического процесса в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги в фазе релаксации

*О. В. Шереметьева**, *Б. М. Шевцов*

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7, Россия

Аннотация. Исследование свойств эредитарности и нестационарности сейсмического процесса в фазе релаксации проводится на основании данных каталога землетрясений КФ ЕГС РАН (01.01.1962 – 31.12.2002, зона субдукции Курило-Камчатской островной дуги). Описаны этапы используемого алгоритма, который в качестве афтершоков рассматривает события, связанные только с главным событием заданной энергии на основе пространственного и временного критериев, ранее разработанных авторами в статистической модели деформационного процесса. Ввиду малого объёма выборок афтершоков заданной энергии для отдельного главного события, алгоритм использует метод наложения «эпох» для построения эмпирических законов распределения времени ожидания афтершоков. Эмпирические законы распределения афтершоков аппроксимируются трёхпарамтерической функцией Миттаг–Леффлёра на основании разработанной авторами дробной модели деформационого процесса. Проводится сравнительный анализ полученных результатов расчётов значений параметров функции Миттаг–Леффлёра с ранее представленными на основании алгоритма, учитывающего ветвление процесса. Сделан вывод о наличии свойств нестационарности и слабой эредитарности сейсмического процесса в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги в фазе релаксации.

Ключевые слова: дробный процесс Пуассона, сейсмический процесс, функция Миттаг-Леффлёра, аппроксимация, статистическая модель, дробная модель.

Получение: 12.11.2025; Исправление: 01.12.2025; Принятие: 02.12.2025; Публикация онлайн: 03.12.2025

Для цитирования. Шереметьева О. В., Шевцов Б. М. Приложение дробной модели деформационной активности к исследованию свойств эредитарности и нестационарности сейсмического процесса в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги в фазе релаксации // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2025. Т. 53. № 4. С. 45-58. EDN: WNVLGJ. https://doi.org/10.26117/2079-6641-2025-53-4-45-58.

Финансирование. Работа выполнена за счёт Государственного задания ИКИР ДВО РАН (рег. № темы 124012300245-2)

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:** E-mail: sheremeteva@ikir.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Шереметьева О. В., Шевцов Б. М., 2025

© ИКИР ДВО РАН, 2025 (оригинал-макет, дизайн, составление)

Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki. 2025. vol. 53. no. 4. P. 45 - 58. ISSN 2079-6641

MATHEMATICAL MODELING

https://doi.org/10.26117/2079-6641-2025-53-4-45-58

Research Article

Full text in Russian

MSC 60G22, 37M10, 33E12

Application of the Fractional Model of Deformation Activity to the Study of the Properties of the Heredity and Non-Stationary of the Seismic Process in the Subduction Zone of the Kuril-Kamchatka Island Arc in the Relaxation Phase

*O. V. Sheremetyeva**, *B. M. Shevtsov*

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatka Krai, Paratunka village, Mirnaya str., 7, Russia

Abstract. The study of the properties of the heredity and non-stationary of the seismic process in the relaxation phase is carried out on the basis of data from the earthquakes catalog of the KB FRC GS RAS (01.01.1962—31.12.2002, the subduction zone of the Kuril-Kamchatka island arc). The algorithm used considers events related only to the main event of a given energy as aftershocks based on spatial and time criteria previously developed by the authors in the statistical model of the deformation process. Due to the small samples volume of aftershocks of a given energy for a single main event, the study uses the method of superimposing «epochs» to construct empirical laws of the distribution of aftershocks waiting time. The empirical laws of aftershocks distribution are approximated by the three-parameter Mittag-Leffler function based on the fractional model of the deformation process developed by the authors. A comparative analysis of the obtained calculations results of the values of the parameters of the Mittag-Leffler function with those previously presented on the basis of an algorithm that takes into account the branching of the process is carried out. It is concluded that there are properties of non-stationary and weak heredity of the seismic process in the subduction zone of the Kuril-Kamchatka island arc in the relaxation phase.

Key words: fractional Poisson process, seismic process, Mittag-Leffler's function, approximation, statistical model, fractional model.

Received: 12.11.2025; Revised: 01.12.2025; Accepted: 02.12.2025; First online: 03.12.2025

For citation. Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Application of the fractional model of deformation activity to the study of the properties of the heredity and non-stationary of the seismic process in the subduction zone of the Kuril-Kamchatka Island arc in the relaxation phase. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2025, **53**: 4, 45-58. EDN: WNVLGJ. https://doi.org/10.26117/2079-6641-2025-53-4-45-58.

Funding. The work was supported by IKIR FEB RAS State Task (subject registration No. 124012300245-2)

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

***Correspondence:** E-mail: sheremeteva@ikir.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M., 2025

© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2025 (original layout, design, compilation)

Введение

Деформационный процесс, в частности, сейсмический, является сложным процессом, чьи характеристики изменяются во времени и в пространстве с определённой степенью вероятности. Поэтому для описания процесса наиболее подходящими являются случайные процессы с необходимым набором параметров. Классическое представление деформационного процесса в зависимости от времени использует для описания стандартный пуассоновский процесс. Статистические исследования каталогов землетрясений, например в работах [1–4], показали, что сейсмические события зависимы, а значит процесс имеет «память», т. е. обладает свойством эредитарности. Чтобы учесть эти свойства процесса деформации, авторами данного исследования на основании результатов, полученных при обработке каталогов с использованием разработанной статистической модели [3,4], было предложено его описание составным дробным по времени [5–7] процессом Пуассона [8,9] со степенным аргументом, отвечающим за степенное распределение частот повторяемости событий [10, 11], и построена математическая модель процесса деформации [12–14]. Вероятностной характеристикой такого процесса является функция Миттаг-Леффлёра с параметрами μ, ν, $\tilde{\nu}$:

$$E_{\nu}(-(\tilde{\mu}\,|t-t^{*}|)^{\tilde{\nu}}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-(\tilde{\mu}\,|t-t^{*}|)^{\tilde{\nu}}\right)^{k}}{\Gamma(\nu k+1)}, \qquad (1)$$

и $\tilde{\mu}$ – средний поток событий в деформационном возмущении, ν – числовая характеристика эредитарности $(0<\nu\leq 1)$, $\tilde{\nu}$ – числовая характеристика нестационарности процесса $(0<\tilde{\nu}\leq 1)$, t^{*} – момент времени главного удара, t – момент времени сейсмического события (форшока или афтершока).

Первоначально для верификации модели в фазе релаксации (фаза афтершоков) были использованы закономерности, полученные авторами исследований [1, 2] на основании каталогов афтершоков. Аппроксимация этих зависимостей трёхпараметрической функцией Миттаг-Леффлёра (2) показала хорошее приближение экспериментальных распределений [12,13], полученных в результате обработки данных из сейсмических каталогов США (Калифорния) [1] и Италии [2]. Аппроксимация зависимостей, полученных на основе итальянских каталогов афтершоков авторами статьи [2], характеризовалась близкими значениями параметров ν и $\tilde{\nu}$ функции Миттаг-Леффлёра [12,13].

На следующем этапе работы [15] был рассмотрен каталог землетрясений Камчатского филиала ФГБУН Федерального исследовательского центра «Единая геофизическая служба РАН» (КФ ФИЦ ЕГС РАН) (01.01.1962 – 31.12.2002, зона субдукции Курило-Камчатской островной дуги) [16], определены критерии [17, 18] идентификации афтершоков в соответствии со статистической моделью, представленной в работах [3, 4], а энергетический критерий был уточнён с помощью алгоритма, предложенного авторами работы [19]. Алгоритм обработки каталога при поиске афтершоков учитывал ветвление процесса [15, 20], т. е. во множество афтершоков главного удара включались и афтершоки его афтершоков. Ввиду малой статистики сейсмических событий в каталоге КФ ФИЦ ЕГС

РАН [16], для построения распределений афтершоков заданной энергии в зависимости от времени до главного удара фиксированного энергетического класса использовался метод наложения «эпох» [21]. Аппроксимация эмпирических законов распределения времени ожидания афтершоков функцией Миттаг-Леффлёра (2) показала высокую точность (менее 3%), что позволило сделать вывод о наличии свойств эредитарности и нестационарности процесса деформации в рассматриваемом регионе на основании значений параметров ν, $\tilde{\nu}$ составного дробного процесса Пуассона.

Исследование, представленное в настоящей работе, использует тот же каталог [16] и методику, что представлены в статье [15], но в данном случае алгоритм обработки каталога не учитывает ветвление процесса, т. е. во множество афтершоков включаются сейсмические события связанные только с главным ударом. Основной целью является изучение наличия рассматриваемых свойств процесса деформации в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги в зависимости от выбора алгоритма поиска афтершоков, а именно, с учётом или без учёта ветвления.

Описание алгоритма

Алгоритм обрабатывает данные каталога землетрясений КФ ФИЦ ЕГС РАН за период с 1 января 1962 г. по 31 декабря 2002 г. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги (область $46^\circ - 62^\circ$ с.ш., $158^\circ - 174^\circ$ в.д.) [16]. Объём выборки составляет $n = 79282$, в каталоге представлены события энергетических классов $4.1 - 16.1$, глубины $h = 0 - 60$ км. Алгоритм, использованный ранее и реализованный в программе [20], был изменён в части поиска афтершоков по пространственному, временному и энергетическому критериям.

Входящие параметры: класс главного события, временной период каталога в днях [16], коэффициенты уравнения регрессии для эмпирического закона Гутенберга-Рихтера [17] в рассматриваемом регионе.

Этапы:

1. Открываем файл с данными, подсчитываем количество записей в файле данных.

2. Считываем данные из каталога.

3. Данные о широте, долготе, глубине, времени и классе событий из каталога, класс которых не менее 8.5, записываются в массивы. Подсчитывается количество главных событий заданного класса. В массив классов добавляем последней записью ещё одно главное событие, чтобы использовать единообразный алгоритм для поиска афтершоков.

4. Находим события наименьшего и наибольшего классов в рассматриваемом каталоге, а также наибольшее и наименьшее значения долгот и широт, т. е. определяем границы рассматриваемого региона. Определяем количество классов в каталоге.

5. Записываем массив индексов главных событий.

6. Составляем эмпирический закон Гутенберга–Рихтера – класс и соответствующее количество событий класса. Записываем в файл.

7. Находим в цикле по индексам главных событий наибольший промежуток времени и наибольшее количество событий между соседними главными событиями. Наибольший промежуток времени – это область определения эмпирического закона распределения времени ожидания афтершоков. Промежуток времени делится на интервалы длиной один день, на каждом из которых подсчитывается количество афтершоков.

8. В цикле по индексам главных событий, исключая последнее (фиктивное):

   – Вводим ограничение на глубину всех событий 60 км.

   – Определяем наличие события большего класса между рассматриваемым и следующим главным событием. Если такое событие есть, то его считаем следующим главным событием и все вычисления проводятся от рассматриваемого главного события до события большего класса – оно будет конечным на данном этапе цикла. Находим количество событий между главными событиями на рассматриваемом этапе цикла.

   – Если количество событий между главными больше двух, то, используя предложенный авторами статьи [19] алгоритм, находим событие наименьшего класса, ранее которого энергия событий убывает, а после него энергия событий возрастает, и записываем его индекс.

   – Все события, индексы которых меньше найденного, вносим во множество предполагаемых афтершоков рассматриваемого главного события.

   – Применяем пространственный и временной критерии к событиям, включённым в вышеуказанное множество. Если оба критерия выполняются, то событие идентифицируется как афтершок рассматриваемого главного события.

   – Массив с двумя индексами: первый – индекс класса афтершока, второй – номер дня от главного события, – подсчитывает количество афтершоков. Значение соответствующего элемента массива увеличивается на единицу. Подсчитываем количество афтершоков заданного класса в заданный день.

   – Массив с индексом, равным индексу класса афтершока. Значение соответствующего элемента массива увеличивается на единицу. Подсчитываем количество всех афтершоков заданного класса.

9. Переходим к следующему главному событию в цикле, пока не достигнем последнего индекса главного события. Выходим из цикла по главным событиям.

10. Находим общее количество афтершоков главных событий заданного класса.

11. Записываем в файлы полученные эмпирические распределения афтершоков главных событий заданного класса.

12. Вычисляем и записываем в массивы: время в днях от главного удара и накопленную относительную частоту появления афтершоков, – эмпирический закон распределения афтершоков главных событий заданного класса.

13. Для аппроксимации рассматриваем статистику с количеством событий более 70 и используем точечное представление интервального закона распределения времени ожидания афтершоков. Первоначально, интервальный закон распределения сглаживаем, т. е. объединяем интервалы, содержащие менее пяти событий, и в качестве узла берём середину объединённого интервала. Если в исходном законе распределения интервал содержит не менее пяти событий, то узел помещаем в левый конец интервала.

14. Методом наименьших квадратов вычисляем значения параметров трёхпараметрической аппроксимирующей функции Миттаг-Леффлёра (2), минимизируя среднюю относительную ошибку аппроксимации ε. Для параметра μ выбран шаг 0.001, а для параметров ν и $\tilde{\nu}$ – шаг 0.01.

15. Записываем значения параметров μ, ν, $\tilde{\nu}$ аппроксимирующей функции Миттаг-Леффлёра (2) и ошибки аппроксимации ε в файл.

Результаты и обсуждение

Результаты вычислений приведены в таблице 1 и таблице 2. Для удобства сравнения приведены результаты работы алгоритмов без учёта (обозначено «I») и с учётом (обозначено «II») ветвления процесса. В обоих случаях ошибка аппроксимации ε не превышает трёх процентов.

Объёмы выборок всех афтершоков главного удара фиксированного класса и выборок его афтершоков, распределённых по энергиям, меньше при использовании алгоритма, не учитывающего ветвление процесса (таб. 1). Отметим, что для главных ударов, класс которых не превышает 12.3, объёмы выборок афтершоков, распределённых по энергиям, меньше 70 и не представлены в таблицах. Кроме того, по результатам двух алгоритмов для слабых афтершоков (классов $8.5 - 8.7$) главных ударов малой энергии (классов $12.0 - 12.5$) характерно совпадение или незначительное отличие как объёмов выборок (таб. 1), так и областей определения T_{max} (таб. 2) законов распределения времени ожидания афтершоков, например, главный удар класса 12.3 и его афтершоки классов $8.5 - 8.8$. В таких случаях совпадают или принимают близкие значения и параметры функции Миттаг-Леффлёра (2), аппроксимирующей эмпирические законы распределения времени ожидания афтершоков (таб. 2, $K = 12.3$). Увеличение объёма выборки афтершоков и отсутствие изменений в значении T_{max} при учёте в алгоритме

свойства ветвления процесса сопровождается увеличением значений параметра нестационарности $\tilde{\nu}$ (таб. 2, $K = 12.3\,(K_{af} = 8.7 - 8.8)$ и $K = 12.5$), что связано с увеличением в распределении близких к главному удару афтершоков.

Сравнение результатов двух алгоритмов показывает, что параметры ν и $\tilde{\nu}$ законов распределения времени ожидания афтершоков главных ударов бо̀льших энергий изменяются как в сторону увеличения, так и уменьшения значений в различных комбинациях. Чаще, при учёте ветвления в алгоритме, увеличение объёма выборки афтершоков и области определения T_{max} закона распределения времени ожидания афтершоков приводит к уменьшению значения параметра эредитарности ν и увеличению значения параметра нестационарности $\tilde{\nu}$, что вызвано увеличением в выборке количества афтершоков как близких по времени к главному удару, так и значительно удалённых. Увеличение в выборке афтершоков, близких к главному удару, при неизменной области определения T_{max} распределения времени ожидания афтершоков характеризуется увеличением значения параметра нестационарности $\tilde{\nu}$. Увеличение значения параметра эредитарности ν и уменьшение значения параметра нестационарности $\tilde{\nu}$ вызвано увеличением в выборке незначительно удалённых афтершоков (в середине распределения). Увеличение значений обоих параметров ν и $\tilde{\nu}$ связано с увеличением области определения T_{max} и количества удалённых афтершоков, т. е. в «хвосте» распределения.

Значения параметра эредитарности ν при использовании обоих алгоритмов близки к единице, т. к., как правило, попадают в промежуток $[0.9, 0.99]$, и в частных случаях принимают меньшие значения (таб. 2). Тогда на основании полученных результатов можно сделать вывод, что параметр ν слабо зависит от выбора алгоритма и однозначно характеризует деформационный процесс в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги как обладающий слабой эредитарностью («памятью») и свойствами стандартного процесса Пуассона.

Параметр нестационарности $\tilde{\nu}$ имеет больший разброс значений и зависит от выбора используемого алгоритма. Однако его значения не стремятся ни к нулю, ни к единице, а результаты расчётов по двум алгоритмам обычно попадают в промежуток $(0.4, 0.8)$. Принадлежность значений параметра нестационарности $\tilde{\nu}$ указанному интервалу говорит о наличии выраженного в большей или меньшей степени свойства нестационарности у рассматриваемого процесса.

Таблица 1. Объёмы выборок главных ударов и их афтершоков [Samples sizes of mainshocks and its aftershocks]

Класс главного удара, K	Объём выборки главных ударов	Объём выборки всех афтершоков		Класс афтершока, K_{af}	Объём выборки афтершоков	
		алг.I	алг.II		алг.I	алг.II
12.3	95	1286	1326	8.5	93	93
				8.6	82	82
				8.7	84	91
				8.8	69	74

Таблица 1. Объёмы выборок главных ударов и их афтершоков [Samples sizes of mainshocks and its aftershocks]

Класс главного удара, K	Объём выборки главных ударов	Объём выборки всех афтершоков		Класс афтершока, K_{af}	Объём выборки афтершоков	
		алг.I	алг.II		алг.I	алг.II
12.5	84	1657	1832	8.5	119	132
				8.6	94	108
				8.7	89	97
				8.9	95	104
				9.0	85	95
12.6	67	1657	1832	8.5	128	135
				8.6	102	108
				8.7	92	98
				8.8	101	102
				8.9	83	86
				9.0	91	95
				9.1	78	86
12.7	63	1869	2038	8.5	131	147
				8.6	98	107
				8.7	113	116
				8.8	100	115
				8.9	83	93
				9.0	101	114
				9.1	76	88
				9.2	84	89
				9.3	79	86
				9.4	71	77
12.8	61	2011	2547	8.5	120	170
				8.6	116	150
				8.7	114	152
				8.8	142	182
				8.9	112	135
				9.0	106	135
				9.1	102	128
				9.2	85	101
				9.3	89	107
				9.4	75	90
12.9	62	3575	3875	8.5	191	236
				8.6	172	226
				8.7	187	223
				8.8	177	226
				8.9	157	189

Таблица 1. Объёмы выборок главных ударов и их афтершоков [Samples sizes of mainshocks and its aftershocks]

Класс главного удара, K	Объём выборки главных ударов	Объём выборки всех афтершоков		Класс афтершока, K_{af}	Объём выборки афтершоков	
		алг.I	алг.II		алг.I	алг.II
				9.0	169	194
				9.1	137	168
				9.2	130	159
				9.3	115	141
				9.4	105	127
				9.5	95	115
				9.6	81	99
				9.7	79	92

Таблица 2. Параметры законов распределения времени ожидания афтершоков и характеристики аппроксимации [The parameters of eCDF of aftershocks wating time and of their approximation]

K	K_{af}	S_{min}		**Ошибка** ε, %		**Плотность потока** μ		ν		$\tilde{\nu}$		$T_{max,[days]}$	
		I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
12.3	8.5	0.087		0.52		0.079		0.99		0.76		64	
	8.6	0.141		0.83		0.084		0.99		0.63		56	
	8.7	0.075	0.105	0.82	2.2	0.061	0.053	0.99	0.99	0.84	0.99	49	
	8.8	0.339	0.294	0.99	1.7	0.086	0.086	0.99	0.99	0.58	0.67	50	
12.5	8.5	0.22	0.288	1.1	1.7	0.064	0.045	0.99	0.99	0.61	0.67	76	105
	8.6	0.329	0.362	1.5	1.3	0.041	0.03	0.99	0.99	0.75	0.75	91	103
	8.7	0.238	0.254	0.97	1.1	0.045	0.041	0.99	0.99	0.73	0.77	89	103
	8.9	0.085	0.123	0.56	1.2	0.073	0.062	0.99	0.99	0.53	0.55	82	104
	9.0	0.103	0.125	0.94	1.3	0.075	0.059	0.99	0.99	0.51	0.55	78	105
12.6	8.5	0.051	0.035	0.52	1.1	0.081	0.102	0.98	0.56	0.67	0.87	90	110
	8.6	0.03	0.021	0.57	0.76	0.088	0.1	0.98	0.56	0.54	0.85	108	127
	8.7	0.033	0.015	0.2	1	0.113	0.109	0.78	0.56	0.62	0.8	83	122
	8.8	0.013	0.017	0.33	0.34	0.157	0.154	0.55	0.56	0.78	0.73	100	100
	8.9	0.005	0.008	0.25	0.43	0.13	0.141	0.93	0.74	0.49	0.54	98	109
	9.0	0.022	0.013	0.42	0.59	0.095	0.1	0.98	0.73	0.55	0.67	96	119
	9.1	0.015	0.018	0.31	0.36	0.078	0.1	0.92	0.53	0.58	0.79	92	119
12.7	8.5	0.183	0.326	1.9	1.8	0.035	0.027	0.99	0.99	0.71	0.86	119	153
	8.6	0.09	0.085	0.95	0.76	0.033	0.029	0.99	0.99	0.98	0.95	111	111
	8.7	0.338	0.325	1.2	1.8	0.042	0.039	0.99	0.99	0.7	0.74	99	99
	8.8	0.079	0.075	0.75	0.49	0.036	0.035	0.99	0.81	0.76	0.89	122	148
	8.9	0.032	0.076	0.52	0.46	0.043	0.036	0.86	0.9	0.7	0.72	119	135

Таблица 2. Параметры законов распределения времени ожидания афтершоков и характеристики аппроксимации [The parameters of eCDF of aftershocks wating time and of their approximation]

K	K_{af}	S_{min}		**Ошибка** ε, %		**Плотность потока** μ		ν		$\tilde{\nu}$		$T_{max,[days]}$	
		I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
	9.0	0.145	0.18	0.52	1.1	0.036	0.03	0.99	0.99	0.69	0.78	115	150
	9.1	0.131	0.21	0.61	0.69	0.038	0.029	0.99	0.99	0.58	0.66	115	153
	9.2	0.174	0.143	1.1	0.86	0.036	0.033	0.99	0.98	0.76	0.79	122	130
	9.3	0.075	0.12	0.55	0.55	0.039	0.033	0.99	0.97	0.68	0.68	121	152
	9.4	0.061	0.139	0.9	0.37	0.044	0.037	0.99	0.99	0.58	0.53	114	147
12.8	8.5	0.172	0.134	0.48	0.84	0.063	0.024	0.99	0.99	0.57	0.84	145	214
	8.6	0.032	0.076	0.79	0.77	0.09	0.038	0.79	0.99	0.69	0.53	150	192
	8.7	0.022	0.308	0.23	1.6	0.069	0.029	0.94	0.99	0.52	0.61	143	205
	8.8	0.063	0.27	0.76	1.5	0.108	0.041	0.99	0.99	0.43	0.58	138	210
	8.9	0.009	0.023	0.69	0.65	0.149	0.098	0.96	0.86	0.46	0.48	149	214
	9.0	0.197	0.164	1	0.9	0.061	0.036	0.99	0.9	0.62	0.73	102	210
	9.1	0.048	0.086	0.44	0.36	0.092	0.046	0.95	0.97	0.46	0.51	133	211
	9.2	0.038	0.05	0.61	0.68	0.092	0.06	0.9	0.85	0.58	0.58	121	214
	9.3	0.074	0.088	0.63	0.85	0.086	0.046	0.98	0.99	0.46	0.52	144	209
	9.4	0.037	0.044	0.51	0.36	0.097	0.05	0.8	0.98	0.53	0.47	132	214
12.9	8.5	0.114	0.094	0.89	0.84	0.032	0.024	0.99	0.99	0.87	0.61	134	220
	8.6	0.06	0.045	0.84	0.77	0.032	0.038	0.92	0.99	0.99	0.53	138	226
	8.7	0.092	0.07	1.1	1.6	0.031	0.029	0.96	0.99	0.98	0.61	139	226
	8.8	0.083	0.07	0.79	1.5	0.033	0.041	0.99	0.99	0.78	0.58	163	225
	8.9	0.14	0.086	1.3	0.65	0.033	0.098	0.99	0.86	0.99	0.48	158	200
	9.0	0.189	0.147	1.1	0.9	0.035	0.036	0.98	0.9	0.87	0.73	159	219
	9.1	0.136	0.122	1.1	0.36	0.034	0.046	0.99	0.97	0.78	0.51	147	203
	9.2	0.177	0.093	1.4	0.68	0.046	0.06	0.95	0.85	0.72	0.58	161	225
	9.3	0.197	0.122	1.6	0.85	0.031	0.046	0.92	0.99	0.99	0.52	142	201
	9.4	0.123	0.099	0.91	0.36	0.033	0.05	0.97	0.98	0.9	0.47	125	201
	9.5	0.242	0.14	1.7	0.62	0.042	0.048	0.88	0.99	0.86	0.39	140	214
	9.6	0.218	0.103	1	0.98	0.039	0.039	0.99	0.91	0.71	0.58	121	192
	9.7	0.204	0.263	1.6	0.66	0.067	0.053	0.99	0.98	0.5	0.46	126	224

Заключение

На основании результатов использования алгоритма обработки каталога, не учитывающего ветвление процесса, получены значения дробных параметров ν и $\tilde{\nu}$ составного дробного процесса Пуассона. Параметр эредитарности ν принимает значения из промежутка $[0.9, 0.99]$ и параметр нестационарности $\tilde{\nu}$ – из промежутка $(0.4, 0.8)$, исключая небольшое количество частных случаев.

Сравнение результатов расчётов с аналогичными, полученными по алгоритму с учётом ветвления процесса, показало, что значения дробных параметров ν и $\tilde{\nu}$ попадают соответственно в те же промежутки и это не зависит от выбора алгоритма обработки используемого каталога.

Параметр эредитарности ν принимает близкие к единице значения, поэтому в рассматриваемом регионе деформационный процесс должен обладать свойствами стандартного пуассоновского процесса. Значения параметра нестационарности $\tilde{\nu}$ показывают наличие свойства нестационарности. Таким образом, в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги моделью деформационного процесса может служить нестационарный составной процесс Пуассона.

Список литературы

1. Bak P., Christensen K., Danon L., Scanlon T. Unified scaling law for earthquakes // Phys. Rev. Lett., 2002. vol. 88, no. 17, pp. 178501-1–178501-4.
2. Carbone V., Sorriso-Valvo L., Harabaglia P., Guerra I. Unified scaling law for waiting times between seismic events // Europhys. Lett., 2005. vol. 71, no. 6, pp. 1036–1042 DOI: 10.1209/epl/i2005-10185-0.
3. Shevtsov B. M., Sagitova R. N. Statistical analysis of seismic processes on the basis of the diffusion approach // Doklady Earth Sciences, 2009. vol. 426, no. 1, pp. 642–644.
4. Шевцов Б. М., Сагитова Р. Н. Диффузионный подход в статистическом анализе сейсмичности Камчатки // Вулканология и сейсмология, 2012. Т. 6, № 2, С. 56–66.
5. Di Crescenzo A., Martinucci B., Meoli A. A fractional counting process and its connection with the Poisson process // ALEA Lat. Am. J. Probab. Math. Stat., 2016. vol. 13, no. 1, pp. 291–307 DOI: 10.30757/ALEA.v13-12.
6. Beghin L., Macci C. Multivariate fractional Poisson processes and compound sums // Adv. in Appl. Probab., 2016. vol. 48, no. 3 DOI: 10.1017/apr.2016.23.
7. Khandakar M., Kataria K. K. Some Compound Fractional Poisson Processes // Fractal Fract., 2023. vol. 7(1), no. 15 DOI: 10.3390/fractalfract7010015.
8. Janossy L., Renyi A., Aczel J. On composed Poisson distributions // I. Acta Math. Acad. Sci. Hungar., 1950. vol. 1, pp. 209–224.
9. Adelson R. M. Compound Poisson distributions // Oper. Res. Quart., 1966. vol. 17, pp. 73–75.
10. Kanamori H. The Energy Release in Great Earthquakes // J. of Geophysical Research, 1977. vol. 82, no. 20, pp. 2981–2987.
11. Gutenberg B., Richter C. F. Seismicity of the Earth // Geol. Soc. Am. Bull., 1944. no. 34, pp. 185-188.
12. Шереметьева О. В. Модель процессов релаксации в различных режимах пластических деформаций // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки, 2018. Т. 25, № 5, С. 74–82 DOI:10.18454/2079-6641-2018-25-5-74-82.
13. Модель процессов релаксации в различных режимах пластических деформаций / *Динамика физических процессов в активных зонах ближнего космоса и геосфер: Избранные работы 2018–2020 гг.*. М., РАН, 2021, С. 18–29.
14. Sheremetyeva O., Shevtsov B. Fractional Model of the Deformation Process // Fractal Fract., 2022. vol. 6, no. 7, pp. 372 DOI: 10.3390/fractalfract6070372.
15. Шереметьева О. В., Шевцов Б. М. Характеристики деформационного процессав зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги в фазе афтершоков на основе дробной модели деформационной активности // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки, 2024. Т. 49, № 4, С. 50-64 DOI: 10.26117/2079-6641-2024-49-4-50-64.
16. *The Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences. Available online: http://www.gsras.ru/new/eng/catalog/.*
17. Попова А. В., Шереметьева О. В., Сагитова Р. Н. Анализ параметров выборки данных Global CMT Catalog для построения статистической модели сейсмического процесса на примере зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки, 2012. Т. 5, № 2, С. 23–32 DOI: 10.18454/2079-6641-2012-5-2-23-32.

18. Антоненко А. Н., Попова А. В., Шереметьева О. В. Особнности блужданий в цепях связанных сейсмических событий // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки, 2013. Т. 6, №1, С. 12–22 DOI: 10.18454/2079-6641-2013-6-1-12-22.

19. Riga G., Balocchi P. Short-Term Earthquake Forecast with the Seismic Sequence Hierarchization Method // Open Journal of Earthquake Research, 2016. vol. 5, pp. 79–96 DOI: 10.4236/ojer.2016.52006.

20. Шереметьева О. В. *«Программа автоматизации теоретических расчётов эмпирических законов распределения времени ожидания афтершоков и параметров аппроксимирующей функции Миттаг-Леффлёра»*. Св-во о гос. рег. № 2024661154, 16.05.2024.

21. Андерсон Т. *Статистический анализ временных рядов*. М.: Мир, 1976. 757 с.

Информация об авторах

Шереметьева Ольга Владимировна – кандидат технических наук, научный сотрудник лаборатории моделирования физических процессов ИКИР ДВО РАН, Камчатский край, Паратунка, Россия, ORCID 0000-0001-9417-9731.

Шевцов Борис Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории электромагнитного излучения ИКИР ДВО РАН, Камчатский край, Паратунка, Россия, ORCID 0000-0003-0625-0361.

References

[1] Bak P., Christensen K., Danon L., Scanlon T. Unified scaling law for earthquakes, Phys. Rev. Lett., 2002, vol. 88, no. 17, pp. 178501-1-178501-4.

[2] Carbone V., Sorriso-Valvo L., Harabaglia P., Guerra I. Unified scaling law for waiting times between seismic events, Europhys. Lett., 2005, vol. 71, no. 6, pp. 1036-1042. DOI: 10.1209/epl/i2005-10185-0

[3] Shevtsov B. M., Sagitova R. N. Statistical analysis of seismic processes on the basis of the diffusion approach, Doklady Earth Sciences, 2009, vol. 426, no. 1, pp. 642-644. (In Russian)

[4] Shevtsov B. M., Sagitova R. N. Diffusion approach in statistical analysis of Kamchatka seismicity [Diffuzionnyy podkhod v statisticheskom analize seysmichnosti Kamchatki], Volcanology and Seismology [Vulkanologiya i Seysmologiya], 2012, vol. 6, no. 2, pp. 56-66. (In Russian)

[5] Di Crescenzo A., Martinucci B., Meoli A. A fractional counting process and its connection with the Poisson process, ALEA Lat. Am. J. Probab. Math. Stat., 2016, vol. 13, no. 1, pp. 291-307. DOI: 10.30757/ALEA.v13-12

[6] Beghin L., Macci C. Multivariate fractional Poisson processes and compound sums, Adv. in Appl. Probab., 2016, vol. 48, no. 3. DOI: 10.1017/apr.2016.23

[7] Khandakar M., Kataria K. K. Some Compound Fractional Poisson Processes, Fractal Fract., 2023, vol. 7(1), no. 15. DOI: 10.3390/fractalfract7010015

[8] Janossy L., Renyi A., Aczel J. On composed Poisson distributions, I. Acta Math. Acad. Sci. Hungar., 1950, vol. 1, pp. 209-224

[9] Adelson R. M. Compound Poisson distributions, Oper. Res. Quart., 1966, vol. 17, pp. 73-75

[10] Kanamori H. The Energy Release in Great Earthquakes, J. of Geophysical Research, 1977, vol. 82, no. 20, pp. 2981-2987

[11] Gutenberg B., Richter C. F. Seismicity of the Earth, Geol. Soc. Am. Bull., 1944, no. 34, pp. 185-188.

[12] Sheremetyeva O. V. Model relaxation processes in the different modes of plastic deformation, Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki, 2018, vol. 25, no. 5, pp. 74-82. DOI:10.18454/2079-6641-2018-25-5-74-82 (In Russian).

[13] Model‘ processov relaksacii v razlichny‘x rezhimax plasticheskix deformacij [Model relaxation processes in the different modes of plastic deformation] / Dinamika fizicheskix processov v aktivny‘x zonax blizhnego kosmosa i geosfer: Izbranny‘e raboty‘ 2018–2020 gg. [Dynamics of physical processes in the active zones of near space and geospheres: Selected works 2018-2020]. M.: RAS, 2021, pp. 18-29 (In Russian).

[14] Sheremetyeva O., Shevtsov B. Fractional Model of the Deformation Process, Fractal Fract., 2022, vol. 6, no. 7, pp. 372. DOI: 10.3390/fractalfract6070372

[15] Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Characteristics of the deformation process in the subduction zone of the Kuril-Kamchatka Island arc in the aftershock phase based on a fractional model of deformation activity. Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2024, 49: 4, 50-64. DOI: 10.26117/2079-6641-2024-49-4-50-64

[16] The Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences. Available online: http://www.gsras.ru/new/eng/catalog/

[17] Popova A. V., Sheremetyeva O. V., Sagitova R. N. Analysis of the data sampling parameters Global CMT Catalog to build a statistical model of the seismic process by the example of the subduction zone of the Kuril-Kamchatka island arc, Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki, 2012, vol. 5, no. 2, pp. 23-32. DOI: 10.18454/2079-6641-2012-5-2-23-32 (In Russian)

[18] Antonenko A. N., Popova A. V., Sheremetyeva O. V. Features of walks in chains related seismic events, Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki, 2013, vol. 6, no. 1, pp. 12-22. DOI: 10.18454/2079-6641-2013-6-1-12-22

[19] Riga G., Balocchi P. Short-Term Earthquake Forecast with the Seismic Sequence Hierarchization Method, Open Journal of Earthquake Research, 2016, vol. 5, pp. 79-96. DOI: 10.4236/ojer.2016.52006

[20] Sheremetyeva O. V. «Programma avtomatizacii teoreticheskix raschyotov e'mpiricheskix zakonov raspredeleniya vremeni ozhidaniya aftershokov i parametrov approksimiruyushhej funkcii Mittag-Lefflyora» [«Automation program for theoretical calculations of empirical laws of aftershock waiting time distribution and parameters of the Mittag-Leffler approximating function»], Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registracii [Certificate of state registration] no.2024661154, 16.05.2024

[21] Anderson T. W. The statistical analysis of time series. John Wiley & Sons, 2011.

Information about the authors

Sheremetyeva Olga Vladimirovna✉ – PhD (Tech.), Research Scientist, Laboratory of Physical Process Modeling, IKIR FEB RAS, Paratunka, Kamchatka, Russia, ORCID 0000-0001-9417-9731.

Shevtsov Boris Mikhailovich✉ – D. Sci. (Phys. & Math.), Professor, Major Researcher, Electromagnetic Radiation Laboratory, IKIR FEB RAS, Paratunka, Kamchatka, Russia, ORCID 0000-0003-0625-0361.