Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2024. Т. 49. №4. C. 50-64. ISSN 2079-6641

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-49-4-50-64

Научная статья

Полный текст на русском языке

УДК 519.21, 519.651, 519.654

Характеристики деформационного процесса в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги в фазе афтершоков на основе дробной модели деформационной активности

*О. В. Шереметьева**, *Б. М. Шевцов*

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7, Россия

Аннотация. В статье представлены результаты расчётов значений параметров, определяющих свойства деформационного процесса, на основании данных каталога землетрясений Камчатского филиала ФГБУН Федеральный исследовательский центр «Единая геофизическая служба РАН» (КФ ФИЦ ЕГС РАН) за период 01.01.1962 – 31.12.2002 гг. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги в фазе афтершоков в рамках ранее представленной авторами дробной модели деформационного процесса. В качестве модели рассматривается составной степенной процесс Пуассона в дробном представлении по времени. Афтершоки, связанные с главным событием заданной энергии, определяются на основе энергетического, пространственного и временного критериев. Для построения эмпирического закона распределения афтершоков фиксированного класса в зависимости от времени до главного события применяется метод наложения «эпох» к последовательностям афтершоков для всех главных событий заданной энергии в каталоге. Эмпирические кумулятивные законы распределения времени ожидания афтершоков аппроксимируются функцией Миттаг–Леффлёра на основании разработанной авторами дробной модели деформационного процесса. Результаты расчётов значений параметров функции Миттаг–Леффлёра показали, что деформационный процесс в рассматриваемой зоне обладает свойствами нестационарности и эредитарности в фазе афтершоков для главных событий классов $K < 12{,}5$. При увеличении класса главного удара процесс можно считать нестационарным стандартным пуассоновским.

Ключевые слова: афтершоки, аппроксимация, дробный процесс Пуассона, функция Миттаг–Леффлера, эредитарность, нестационарность, статистическая модель, дробная модель.

Получение: 06.11.2024; Исправление: 19.11.2024; Принятие: 26.11.2024; Публикация онлайн: 27.11.2024

Для цитирования. Шереметьева О. В., Шевцов Б. М. Характеристики деформационного процесса в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги в фазе афтершоков на основе дробной модели деформационной активности // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2024. Т. 49. № 4. C. 50-64. EDN: TKITJI. https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-49-4-50-64.

Финансирование. Работа выполнена в рамках гранта Российского научного фонда № 22-11-00064 по теме «Моделирование динамических процессов в геосферах с учетом наследственности» (https://rscf.ru/project/22-11-00064/).

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:** E-mail: sheremeteva@ikir.ru

MATHEMATICAL MODELING

https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-49-4-50-64

Research Article

Full text in Russian

MSC 60G22, 37M10, 33E12

Characteristics of the Deformation Process in the Subduction Zone of the Kuril-Kamchatka Island Arc in the Aftershock Phase Based on a Fractional Model of Deformation Activity

O. V. Sheremetyeva**, *B. M. Shevtsov

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS,
684034, Kamchatka region, Elizovskiy district, Paratunka, Mirnaya str., 7, Russia

Abstract. The article presents the results of calculations of the values of parameters determining the properties of the deformation process, based on data from the earthquake catalog of the Kamchatka Branch of the Federal Research Center «Geophysical Survey of the Russian Academy of Sciences» (KB FRC GS RAS) for the period from 1 January 1962 to 31 December 2002 for the Kuril-Kamchatka island arc subduction zone (area 46°–62° N, 158°–174° E) in the aftershock phase in within the framework of the fractional model of the deformation process previously presented by the authors. The compound power-law Poisson process in fractional time representation is considered as a model. Aftershocks associated with the mainshock of a given energy are determined based on energy, spatial and temporal criteria.To construct an empirical cumulative distribution function (eCDF) for aftershocks of a fixed class depending on the time before the mainshock, the superposed epoch analysis is applied to sequences of aftershocks for all mainshocks of a given energy in the catalog. The eCDF of the aftershock waiting time are approximated by the Mittag-Leffler function based on the fractional model of the deformation process developed by the authors. The results of calculations of the values of the Mittag-Leffler function parameters for the mainshocks of the classes $K < 12.5$ showed that the deformation process in the considered zone has the properties of non-stationarity and hereditarity. With an increase in the class of the mainshock, the process can be considered non-stationary standard Poisson process.

Key words: aftershocks, approximation, fractional Poisson process, Mittag-Leffler's function, herediterity, non-stationarity, statistical model, fractional model.

Received: 06.11.2024; Revised: 19.11.2024; Accepted: 26.11.2024; First online: 27.11.2024

For citation. Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Characteristics of the deformation process in the subduction zone of the Kuril-Kamchatka Island arc in the aftershock phase based on a fractional model of deformation activity. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2024, **49**: 4, 50-64. EDN: TKITJI. https://doi.org/10.26117/2079-6641-2024-49-4-50-64.

Funding. The work was funded by Russian Science Foundation [grant number 22-11-00064 «Modeling dynamic processes in geospheres taking into account hereditarity»]. https://rscf.ru/project/22-11-00064/.

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

***Correspondence:** E-mail: sheremeteva@ikir.ru

Введение

В статье изложены результаты исследования, которое является продолжением работ [1, 2]. Исследование проводится в рамках разработанной в ИКИР ДВО РАН дробной модели процесса деформации [3–7], где в качестве модели рассматривается составной процесс Пуассона [8, 9] в дробном обобщении [10–12] с учётом степенного распределения частот повторяемости событий [13, 14].

Верификация модели в фазе активизации (фазе форшоков) была рассмотрена в работах [5, 7, 15] на базе каталога землетрясений КФ ФИЦ ЕГС РАН (01.01.1962 – 31.12.2002, зона субдукции Курило-Камчатской островной дуги) [16]. Для апробации модели в фазе релаксации (фазе афтершоков) использовались зависимости, полученные авторами исследований [17, 18] в результате обработки данных сейсмических каталогов США (Калифорния) и Италии соответственно. Аппроксимация этих зависимостей трёхпарамтерической функцией Миттаг-Леффлёра показала хорошее приближение экспериментальных закономерностей [4]. Причём в случае зависимостей, полученных на базе каталогов афтершоковых последовательностей (Италия) [18], отмечалась близость значений параметров ν и $\tilde{\nu}$ аппроксимирующей функции Миттаг-Леффлёра [4].

Исследование для фазы форшоков, представленное в статье [5], показало, что статистика сейсмических событий региона слишком мала для аппроксимации построенных кластеров (цепочек связанных событий) с целью поиска закономерностей в распределении событий в зависимости от времени до главного удара [19, 20]. Поэтому в дальнейших исследованиях наряду с поиском связанных событий на основании статистической модели [2, 19, 20] использовался метод наложения «эпох» [7, 15], поскольку в контексте модели деформационный процесс на всех масштабных уровнях протекает единообразно. Такой подход позволил построить функции распределения времени ожидания форшоков и сделать вывод о характере деформационного процесса в регионе в фазе активизации на основании значений параметров $\tilde{\mu}$, ν и $\tilde{\nu}$ дробного пуассоновского процесса [7].

Логическим продолжением исследований рассматриваемой дробной модели деформационного процесса является её верификация в фазе релаксации на основании данных каталога землетрясений КФ ФИЦ ЕГС РАН для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги (46°–62° N, 158°–174° E) [16]. Согласно модели трёхпараметрического дробного пуассоновского процесса [7], которая позволяет представить как нормальные, так и аномальные процессы активизации и релаксации, законы распределения времени ожидания афтершоков (фаза релаксации) аппроксимируются убывающей дробной функцией Миттаг–Леффлёра с параметрами $\tilde{\mu}$, ν и $\tilde{\nu}$:

$$E_{\nu}(-[\tilde{\mu}(t_{af}-t^{*})]^{\tilde{\nu}})=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(-[\tilde{\mu}(t_{af}-t^{*})]^{\tilde{\nu}}\right)^{k}}{\Gamma(\nu k+1)} \tag{1}$$

где $\tilde{\mu}$ – средняя интенсивность (плотность) потока событий в деформационном возмущении в заданной области, ν – показатель дробной производной (дробного процесса Пуассона) и числовая характеристика свойства эредитарности процесса $(0 < \nu \leq 1)$, $\tilde{\nu}$ – показатель степени в распределении частот повторяемости событий (аргумент функции Миттаг–Леффлёра), характеризующий нестационарные свойства процесса $(0 < \tilde{\nu} \leq 1)$, t^* – момент времени наступления главного удара, t_{af} – момент времени наступления афтершока $(t_{af} > t^*)$.

В данной работе излагаются критерии и метод идентификации афтершоков, результаты построения экспериментальных законов распределения времени ожидания афтершоков и их аппроксимации функцией Миттаг–Леффлёра (1), выводы о характеристиках сейсмического процесса в регионе в фазе афтершоков на основании вычисленных значений параметров трёхпараметрического дробного процесса Пуассона.

Критерии идентификации афтершоков

Включение сейсмических событий во множество афтершоков главного удара выбранного энергетического класса проводили на основании статистической модели в приложении к фазе релаксации [15, 20]. Использовали энергетический, пространственный и временной критерии связанности событий.

Идентификация афтершоков на основании энергетического критерия проводилась с помощью алгоритма, изложенного в работе [21]. К выделенным исходя из данного критерия событиям применяли пространственный и временной критерии, изложенные в работах [1, 2], в соответствии с которыми события считаются статистически связанными с предыдущим событием.

В данном исследовании, событие, произошедшее после главного удара, считаем связанным с ним в пространстве и времени, если рассматриваемое событие попадает в пространственно-временную область влияния главного удара и уже идентифицированных его афтершоков. Таким образом, событие считаем афтершоком главного удара и в том случае, если оно попадает в пространственную или временную область влияния только афтершока главного удара. Пространственная область влияния землетрясения – это часть шара с центром в гипоцентре события и радиусом, который определяется неоднородностью среды и вычисляется по формуле Добровольского [22]. В качестве интервала (радиуса) влияния землетрясения во времени рассматривается время ожидания события энергии главного удара или его идентифицированного афтершока, которое вычисляется с помощью закона повторяемости событий Гутенберга–Рихтера для рассматриваемого региона [19].

Изложенную методику применяем к данным каталога землетрясений КФ ФИЦ ЕГС РАН за период с 1 января 1962 г. по 31 декабря 2002 г. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги (область $46^\circ - 62^\circ$ с.ш., $158^\circ - 174^\circ$ в.д.) [16]. Каталог включает $n = 79282$ землетрясения энергетических классов $4,1 - 16,1$.

На рис. 1 представлен график зависимости количества землетрясений от их энергетического класса.

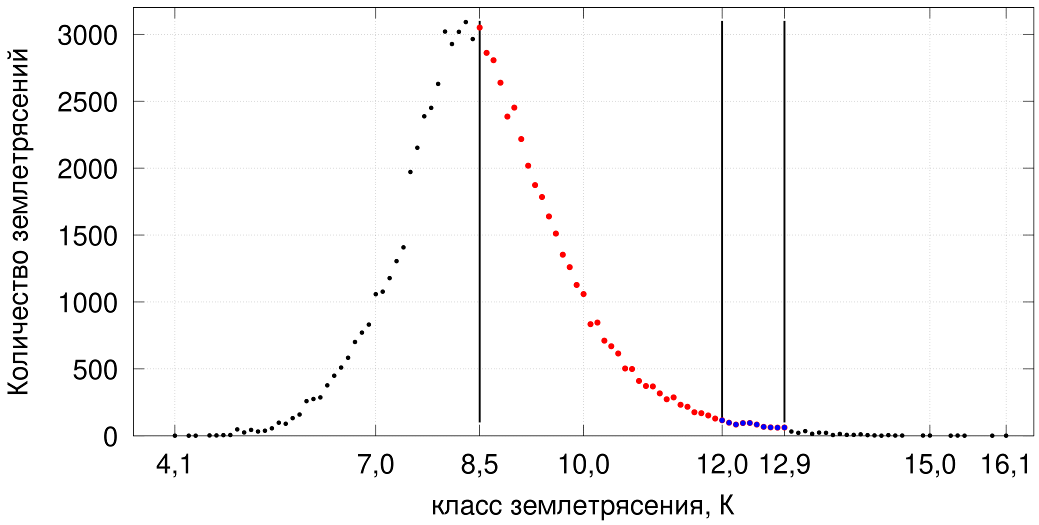

Рис. 1. График зависимости количества землетрясений от класса землетрясения K по данным каталога КФ ФИЦ ГС РАН [16] за период 01.01.1962 – 31.12.2002. [Figure 1. Graph of dependence of the earthquakes number on the energy class K by the data of catalog KB FRC GS RAS [16] from the period 01.01.1962 – 31.12.2002.]

В исследовании используются землетрясения энергетических классов $[8,5;12,9]$ с количеством событий более 50 (таб. 1), которые выделены красным и синим цветами на графике. В исследовании не используются слабые землетрясения с энергией меньше класса 8,5, а также землетрясения энергетических классов, больших 12,9, в связи с непредставительностью выборки (количество событий менее 35). В рассматриваемой представительной выборке определяли афтершоки для более сильных землетрясений классов $[12,0;12,9]$, которые обозначены синим цветом на рисунке 1) (таб. 1). Отметим, что несмотря на большой объём каталога и объёмы выборок афтершоков для главных событий рассматриваемых классов (таб. 1), объёмы выборок афтершоков распределённых по энергиям не превышают 200 событий (таб. 2).

Эмпирические законы $P^*(\tau)$ распределения времени ожидания афтершоков и их аппроксимация функцией Миттаг-Леффлёра

Эмпирические законы $P^*(\tau)$ распределения относительной частоты появления афтершоков заданного класса K_{af} в зависимости от времени τ до главного события с энергией K (распределения времени ожидания афтершоков) строили для афтершоков главных событий классов $12.0 - 12.9$ ($\approx 5 - 5.5$ магнитуды Рихтера). Если главное событие с энергией K произошло в момент времени t^*, а афтершок – в момент времени t_{af}, где $t_{af} > t^*$, тогда аргумент τ эмпирической функции распределения $P^*(\tau)$ выразим следующим образом

$$\tau = t_{af} - t^*, \ \tau > 0. \tag{2}$$

Таблица 1

Объёмы выборок главных ударов и их афтершоков
[Sample sizes of main shocks and their aftershocks]

Класс главного удара, K	Объём выборки главных ударов	Объём выборки афтершоков всех классов
12,0	117	831
12,1	99	744
12,2	85	931
12,3	96	1176
12,4	97	1306
12,5	85	1665
12,6	68	1681
12,7	64	1851
12,8	62	2260
12,9	63	3045

Таблица 2

Объёмы выборок афтершоков ($n_{af} > 50$
[Aftershock sample sizes ($n_{af} > 50$])

K_{af}, класс афтершока	Класс главного удара, K									
	12,0	12,1	12,2	12,3	12,4	12,5	12,6	12,7	12,8	12,9
8,5	65	57	60	83	70	116	125	119	149	194
8,6			63	75	72	99	103	102	139	200
8,7			60	73	66	91	94	104	136	183
8,8			59	66	72	81	92	107	139	191
8,9				52		96	85	84	119	154
9,0				58		92	98	94	128	169
9,1				58		66	87	74	114	141
9,2				54	58	64	64	87	90	137
9,3				60	56	72	66	74	85	118
9,4						62	62	74	81	101
9,5						60	53	68	76	99
9,6						52	54	58	72	91
9,7								51	76	84
9,8								59	52	61
9,9										62
10,0								51	55	63
10,1										56
10,2										58
10,3										53

Построение закона распределения $P^*(\tau)$ времени ожидания афтершоков основывалось на методе наложения «эпох». В связи с малыми объёмами выборок объединялись полученные множества афтершоков определённой энергии K_{af} для всех главных событий одного энергетического класса K. Все афтершоки распределялись по оси времени τ с шагом дискретизации равным одному дню. Если интервал времени длиной в один день содержал менее пяти событий, то он объединялся со смежным интервалом [23]. После проведения такой статистической обработки данных вычисляли относительные частоты появления афтершоков на промежутках. С помощью полученного распределения относительных частот определяли эмпирический закон распределения $P^*(\tau)$ времени ожидания афтершоков фиксированного класса K_{af}

$$P^*(\tau) = \omega(t > \tau), \tag{3}$$

где t – промежуток времени между главным ударом и афтершоком. Наибольший промежуток времени между главным ударом и его афтершоком обозначаем T_{max} – это промежуток времени, на котором определена эмпирическая функция $P^*(\tau)$.

Использование определения (3) эмпирической функции $P^*(\tau)$ связано с удобством её аппроксимации функцией Миттаг-Леффлёра, заданной в виде (1), в соответствии с дробной моделью деформационного процесса [7]. Для поиска наилучшего приближения методом наименьших квадратов перешли к точечному заданию ступенчатой эмпирической функции $P^*(\tau)$, в котором относительную частоту на каждом интервале (ступени) сопоставляли с началом интервала, а в случае объединения интервалов – с серединой интервала. При вычислении параметров $\tilde{\mu}$, ν, $\tilde{\nu}$ функции Миттаг–Леффлёра (1) вводились ограничения на параметры ν и $\tilde{\nu}$ на основании модели [7], а на параметр $\tilde{\mu}$ (среднее количество событий заданной энергии в единицу времени в рассматриваемой области), исходя из закона Гутенберга-Рихтера [15]. Результаты расчётов для рассматриваемых классов главных ударов и некоторых классов их афтершоков приведены в Таблице 3 и на Рисунке 2, где точечный график соответствует точечному заданию эмпирической функции $P^*(\tau)$, а сплошной линией изображён график аппроксимирующей функции Миттаг–Леффлёра (1).

Таблица 3. Характеристики аппроксимации эмпирического закона $P^*(\tau)$ [Parameters of the eCDF $P^*(\tau)$ approximation]

K	K_{af}	S_{min}	**Ошибка ε, %**	**Плотность потока μ**	ν	$\tilde{\nu}$	T_{max}, [дни]
12,0	8,5	0,005	0,56	0,211	0,990	0,440	52
12,1	8,5	0,005	0,45	0,118	0,999	0,625	40
12,2	8,5	0,004	0,58	0,066	0,890	0,610	68
	8,6	0,005	0,48	0,056	0,860	0,840	67
	8,7	0,005	0,37	0,074	0,830	0,840	59
	8,8	0,013	0,64	0,130	0,480	0,890	62

Таблица 3. Характеристики аппроксимации эмпирического закона $P^*(\tau)$ [Parameters of the eCDF $P^*(\tau)$ approximation]

K	K_{af}	S_{min}	Ошибка ε, %	Плотность потока μ	ν	$\tilde{\nu}$	T_{max}, [дни]
12,3	8,5	0,008	0,42	0,123	0,510	0,860	75
	8,7	0,024	1,68	0,066	0,990	0,880	49
	8,9	0,004	0,64	0,089	0,990	0,700	49
	9,1	0,018	0,43	0,101	0,700	0,930	69
	9,3	0,004	0,61	0,080	0,990	0,560	68
12,4	8,5	0,012	0,51	0,065	0,530	0,980	143
	8,6	0,004	0,61	0,064	0,860	0,670	132
	8,7	0,003	0,55	0,041	0,620	0,750	143
	8,8	0,010	0,46	0,095	0,580	0,910	142
	9,2	0,002	0,27	0,075	0,970	0,450	142
	9,3	0,019	1,07	0,057	0,660	0,740	141
12,5	8,5	0,014	1,41	0,049	0,990	0,510	120
	8,7	0,017	0,79	0,047	0,990	0,620	111
	8,9	0,005	0,49	0,057	0,990	0,510	119
	9,1	0,002	0,41	0,145	0,510	0,650	88
	9,3	0,002	0,32	0,052	0,980	0,540	115
	9,5	0,003	0,39	0,072	0,990	0,430	88
	9,6	0,005	0,40	0,061	0,590	0,710	107
12,6	8,5	0,039	1,18	0,038	0,990	0,640	124
	8,7	0,035	1,56	0,047	0,990	0,560	131
	8,9	0,009	1,14	0,077	0,990	0,400	109
	9,1	0,009	0,97	0,056	0,990	0,520	133
	9,3	0,000	0,18	0,067	0,760	0,580	122
	9,5	0,006	0,73	0,029	0,990	0,540	118
	9,6	0,002	0,46	0,071	0,990	0,450	103
12,7	8,5	0,005	0,30	0,046	0,990	0,670	115
	8,7	0,031	0,94	0,053	0,990	0,660	104
	8,9	0,014	0,68	0,057	0,890	0,690	119
	9,1	0,016	0,80	0,043	0,990	0,640	115
	9,3	0,010	0,82	0,058	0,870	0,620	107
	9,5	0,009	0,78	0,050	0,840	0,650	118
	9,6	0,014	0,99	0,045	0,990	0,610	112
	9,8	0,005	0,51	0,052	0,990	0,510	117
	10,0	0,006	0,60	0,047	0,950	0,550	90
12,8	8,5	0,012	1,21	0,015	0,990	0,670	327
	8,7	0,013	1,57	0,020	0,990	0,560	323
	8,9	0,006	0,53	0,068	0,810	0,520	299
	9,0	0,024	0,94	0,027	0,940	0,610	321
	9,2	0,006	0,72	0,035	0,990	0,490	265

Таблица 3. Характеристики аппроксимации эмпирического закона $P^*(\tau)$ [Parameters of the eCDF $P^*(\tau)$ approximation]

K	K_{af}	S_{min}	Ошибка ε, %	Плотность потока μ	ν	$\tilde{\nu}$	T_{max}, [дни]
	9,3	0,031	0,98	0,046	0,850	0,610	209
	9,5	0,023	0,70	0,021	0,990	0,510	323
	9,7	0,018	0,62	0,039	0,940	0,530	305
	9,8	0,003	0,41	0,020	0,590	0,710	316
	10,0	0,018	0,97	0,039	0,610	0,590	282
12,9	8,5	0,039	0,88	0,032	0,980	0,900	129
	8,8	0,033	0,97	0,031	0,990	0,850	128
	9,1	0,071	1,17	0,030	0,990	0,900	125
	9,3	0,082	1,37	0,031	0,990	0,950	122
	9,4	0,040	0,88	0,040	0,830	0,960	116
	9,7	0,035	1,49	0,063	0,990	0,490	118
	9,9	0,007	0,97	0,041	0,820	0,800	117
	10,1	0,030	1,28	0,039	0,990	0,650	125
	10,2	0,017	1,04	0,036	0,860	0,720	129
	10,3	0,019	1,00	0,047	0,990	0,500	99

Результаты и обсуждение

По результатам обработки каталога КФ ФИЦ ЕГС РАН получены представительные выборки для событий энергетических классов $[8{,}5; 12{,}9]$. Последовательности афтершоков строили для более сильных событий классов $[12{,}0; 12{,}9]$ из рассматриваемого интервала. Необходимо отметить, что статистика афтершоков для отдельного главного удара очень мала, чтобы представлялось возможным получить какие-либо распределения на оси времени [5]. Поэтому для исследования временных закономерностей в афтершоковых последовательностях применялся метод наложения «эпох» и соответственно рассматривались суммарные объёмы выборок главных ударов и их афтершоков. Исходя из полученных статистических данных в таблицах 1 и 2, можно сделать вывод, что в связи с увеличением пространственно-временной области влияния при увеличении энергетического класса главного удара наблюдается увеличение объёмов выборок афтершоков, как в целом (таб. 1), так и по каждому классу в отдельности (таб. 2). Отметим, что несмотря на большие суммарные объёмы выборок афтершоков (таб. 1), при разложении афтершоков по энергиям объёмы их выборок варьируются от 51 события до 200 событий (таб. 2).

Применение метода наложения «эпох» позволило построить эмпирические законы $P^*(\tau)$ распределения времени ожидания афтершоков (Рис. 2). Основные характеристики аппроксимации и значения параметров аппроксимирующей функции Миттаг-Леффлёра отражены в Таблице 3.

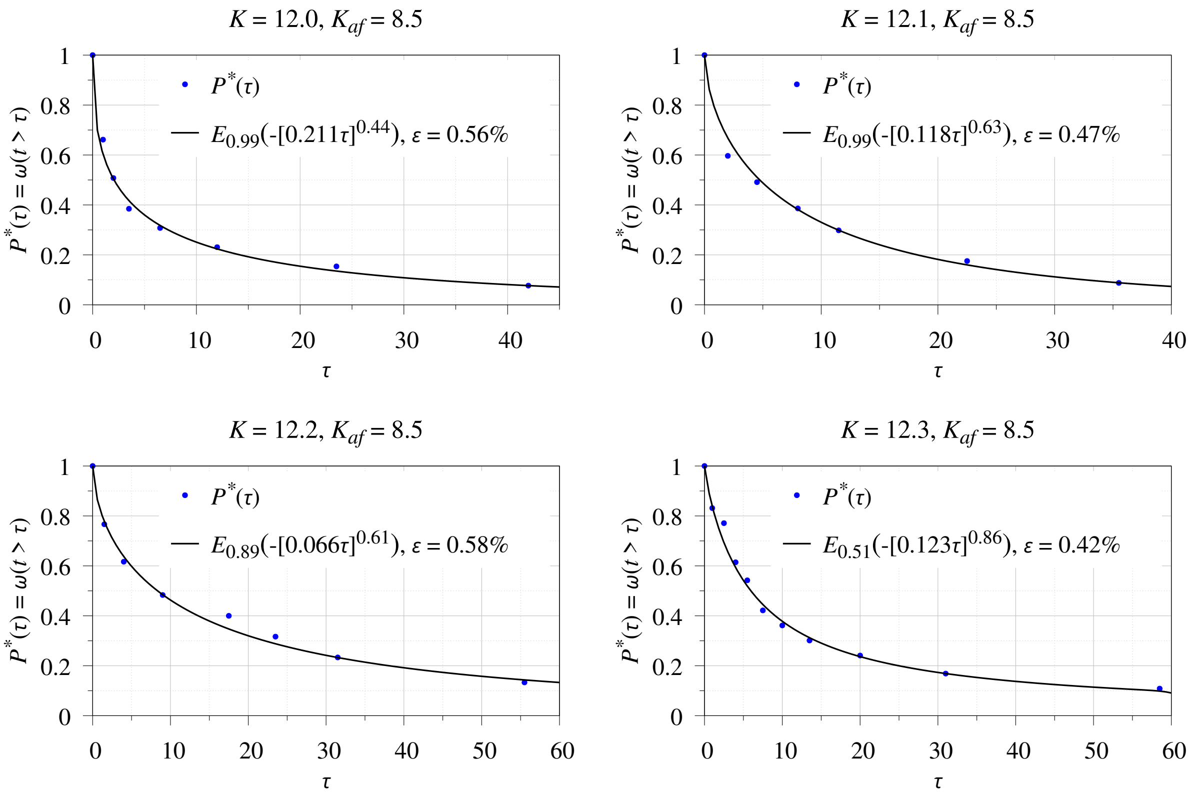

Рис. 2. График эмпирического закона $P^*(\tau)$ распределения времени ожидания афтершоков и его аппроксимация функцией Миттаг–Леффлёра $E_\nu(-[\mu\tau]^{\tilde{\nu}})$ (1).

[Figure 2. Graph of the eCDF $P^*(\tau)$ of waiting time of aftershocks (class K_{af}) and it approximation by the Mittag-Leffler function $E_\nu((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$ (1).]

Ошибка аппроксимации не превышает 2%, что говорит о высокой точности приближения с помощью функции Миттаг-Леффлёра (таб. 3).

На основании полученных приближений эмпирических законов $P^*(\tau)$ функцией Миттаг–Леффлёра (1) получены значения плотности $\tilde{\mu}$ потока событий в деформационном возмущении порядка $10^{-1}-10^{-2}$, что не противоречит средним оценкам по данным каталога [15]. Отметим, что по результатам аппроксимации полученные значения этого параметра зависят как от класса главного удара, так и от класса афтершока. Наблюдается общая тенденция уменьшения значения плотности $\tilde{\mu}$ потока афтершоков заданной энергии при увеличении класса главного события (таб. 3), что возможно связано с увеличением временного масштаба главного удара на фоне недостаточности статистики в каталоге землетрясений.

Значения параметра дробности ν, отвечающего за эредитарные свойства процесса («память»), варьируются в пределах $(0,5;1)$, но чаще принадлежат интервалу $(0,8;1)$. Большая часть эмпирических законов $P^*(\tau)$ аппроксимируются функцией Миттаг–Леффлёра (1) со значением $\nu \approx 0.9-0.99$ (таб. 3), что возможно связано с увеличением времен), что говорит о слабой «памяти» процесса или её отсутствии, а процесс в этом случае по своему характеру ближе к стандартному пуассоновскому. Наличие эредитарных свойств, исходя из значений параметра, наблюдается только для последовательностей афтершоков главных ударов классов $12,2-12,4$.

Нестационарность деформационного процесса характеризует параметр $\tilde{\nu}$. При расчётах он принимал значения меньше единицы, как правило, из промежутка $[0,4;0,9]$. Только в случае главного удара класса $12,9$ потоки афтершоков классов $9,3$ и $9,4$ характеризуются значениями параметра нестационарности, превышающими $0,9$. В этих случаях процесс близок к стационарному, когда $\tilde{\nu}=1$.

Таким образом, по результатам расчётов можно сделать вывод о том, что деформационный процесс в рассматриваемой области обладает свойством нестационарности и слабой эредитарностью. Однако отметим, что на полученные результаты влияет выбор критериев, алгоритма и каталога. Поэтому изменение или уточнение критериев или алгоритма, расширение каталога или использование других каталогов могут уточнить или изменить полученные результаты аппроксимации.

Заключение

Использование метода наложения «эпох» позволило построить на небольшом объёме данных каталога КФ ФИЦ ЕГС РАН эмпирические функции распределения относительной частоты появления афтершоков в зависимости от времени до главного удара или функции распределения времени ожидания афтершоков заданной энергии.

Аппроксимация трёхпараметрической функцией Миттаг–Леффлёра (1) полученных эмпирических законов показала высокую точность приближения (менее 2%). Плотность μ потока афтершоков заданной энергии уменьшается при увеличении энергетического класса главного удара. Порядок вычисленных значений параметра μ составляет $10^{-1}-10^{-2}$ и согласуется с найденными на основании каталога средними значениями. Параметр эредитарности ν принимает значения близкие к единице, что характеризует процесс в фазе афтершоков как стандартный пуассоновский или близкий к нему. Значения параметра нестационарности $\tilde{\nu}$ меньше единицы, что говорит о наличии у афтершокового процесса нестационарных свойств. Для главных ударов классов $12,1-12,4$ деформационный процесс в фазе афтершоков обладает свойствами нестационарности и эредитарности. В целом же он может быть охарактеризован как нестационарный пуассоновский процесс со слабой эредитарностью.

Следует отметить, что увеличение объёма рассматриваемого каталога позволит уточнить результаты вычислений в связи увеличением объёмов выборок афтершоков. Кроме того, алгоритм поиска афтершоков чувствителен к выбору критериев связности событий, что также влияет на результат.

Список литературы

1. Shevtsov B. M., Sagitova R. N. Statistical analysis of seismic processes on the basis of the diffusion approach // *Doklady Earth Sciences*, 2009. vol. 426, no. 1, pp. 642-644.
2. Шевцов Б. М., Сагитова Р. Н. Диффузионный подход в статистическом анализе сейсмичности Камчатки // *Вулканология и сейсмология*, 2012. Т. 6, № 2, С. 56-66.
3. Shevtsov B. M., Sheremetyeva O. V. Fractional models of seismoacoustic and electromagnetic activity // *E3S Web of Conferences: Solar-Terrestrial Relations and Physics of Earthquake Precursors*, 2017. vol. 20, pp. 02013 DOI: 10.1051/e3sconf/20172002013.
4. Шереметьева О. В. Модель процессов релаксации в различных режимах пластических деформаций // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2018. Т. 25, № 5, С. 74–82 DOI:10.18454/2079-6641-2018-25-5-74-82.
5. Шереметьева О. В. Степенные закономерности в последовательностях статистически связанных событий, предшествующих главному событию // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2020. Т. 33, № 4, С. 102-109 DOI: 10.26117/2079- 6641-2020-33-4-102-109.
6. Shevtsov B. M. Relaxation oscillations in energy active zones // *E3S Web of Conf.*, 2020. vol. 196, no. 02026 DOI: 10.1051/e3sconf/202019602026.
7. Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Fractional Model of the Deformation Process // *Fractal Fract.*, 2022. vol. 6, pp. 372 DOI: 10.3390/fractalfract6070372.
8. Janossy L., Renyi A., Aczel J. On composed Poisson distributions // *I. Acta Math. Acad. Sci. Hungar.*, 1950. vol. 1, pp. 209–224.
9. Adelson R. M. Compound Poisson distributions // *Oper. Res. Quart.*, 1966. vol. 17, pp. 73–75.
10. Di Crescenzo A., Martinucci B., Meoli A. A fractional counting process and its connection with the Poisson process // *ALEA Lat. Am. J. Probab. Math. Stat.*, 2016. vol. 13, no. 1, pp. 291–307 DOI: 10.30757/ALEA.v13-12.
11. Beghin L., Macci C. Multivariate fractional Poisson processes and compound sums // *Adv. in Appl. Probab.*, 2016. vol. 48, no. 3 DOI: 10.1017/apr.2016.23.
12. Khandakar M., Kataria K. K. Some Compound Fractional Poisson Processes // *Fractal Fract.*, 2023. vol. 7(1), no. 15 DOI: 10.3390/fractalfract7010015.
13. Kanamori H. The Energy Release in Great Earthquakes // *J. of Geophysical Research*, 1977. vol. 82, no. 20, pp. 2981–2987.
14. Gutenberg B., Richter C. F. Seismicity of the Earth // *Geol. Soc. Am. Bull.*, 1944. no. 34, pp. 185-188.
15. Шереметьева О. В., Шевцов Б. М. Аппроксимация законов распределения времён ожидания форшоков на основе дробной модели деформационной активности // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2022. Т. 40, № 3, С. 137–152 DOI:10.26117/2079-6641-2022-40-3-137-152.
16. *The Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences. Available online: http://www.gsras.ru/new/eng/catalog/.*
17. Bak P., Christensen K., Danon L., Scanlon T. Unified scaling law for earthquakes // *Phys. Rev. Lett.*, 2002. vol. 88, no. 17, pp. 178501-1–178501-4.
18. Carbone V., Sorriso-Valvo L., Harabaglia P., Guerra I. Unified scaling law for waiting times between seismic events // *Europhys. Lett.*, 2005. vol. 71, no. 6, pp. 1036-1042 DOI: 10.1209/epl/i2005-10185-0.
19. Попова А. В., Шереметьева О. В., Сагитова Р. Н. Анализ параметров выборки данных Global CMT Catalog для построения статистической модели сейсмического процесса на примере зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2012. Т. 5, № 2, С. 23-32 DOI: 10.18454/2079-6641-2012-5-2-23-32.
20. Антоненко П. Н., Попова А. В., Шереметьева О. В. Особнности блужданий в цепях связанных сейсмических событий // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2013. Т. 6, № 1, С. 12-22 DOI: 10.18454/2079-6641-2013-6-1-12-22.
21. Riga G., Balocchi P. Short-Term Earthquake Forecast with the Seismic Sequence Hierarchization Method // *Open Journal of Earthquake Research*, 2016. vol. 5, pp. 79–96 DOI: 10.4236/ojer.2016.52006.
22. Dobrovolsky I. R., Zubkov S. I., Myachkin V. I. Estimation of the size of earthquake preparation zones // *Pageoph.*, 1979. no. 117, pp. 1025-1044.
23. Davis J. C. *Statistics and data analysis in geology.* New York: John Wiley and Sons. Inc., 1986. 267 pp.

Информация об авторах

Шереметьева Ольга Владимировна – кандидат технических наук, научный сотрудник лаборатории моделирования физических процессов ИКИР ДВО РАН, Паратунка, Елизовский район, Камчатский край, Россия, ORCID 0000-0001-9417-9731.

Шевцов Борис Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории электромагнитных излучений ИКИР ДВО РАН, Паратунка, Елизовский район, Камчатский край, Россия, ORCID 0000-0003-0625-0361.

References

[1] Shevtsov B. M., Sagitova R. N. Statistical analysis of seismic processes on the basis of the diffusion approach, Doklady Earth Sciences, 2009, vol. 426, no. 1, pp. 642-644. (In Russian)

[2] Shevtsov B. M., Sagitova R. N. Diffusion approach in statistical analysis of Kamchatka seismicity [Diffuzionnyy podkhod v statisticheskom analize seysmichnosti Kamchatki], Volcanology and Seismology [Vulkanologiya i Seysmologiya], 2012, vol. 6, no. 2, pp. 56-66. (In Russian)

[3] Shevtsov B. M., Sheremetyeva O. V. Fractional models of seismoacoustic and electromagnetic activity, E3S Web of Conferences: Solar-Terrestrial Relations and Physics of Earthquake Precursors, 2017, vol. 20, 02013. DOI: 10.1051/e3sconf/20172002013

[4] Sheremetyeva O. V. Power-law [Stepennye zakonomernosti], Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki, 2018, vol. 25, no. 5, pp. 74-82. DOI:10.18454/2079-6641-2018-25-5-74-82. (In Russian)

[5] Sheremetyeva O. V. Power-law patterns in sequences of statistically related events preceding to the main event [Stepennye zakonomernosti v posledovatel'nostyakh statisticheski svyazannykh sobytiy, predshestvuyushchikh glavnomu sobytiyu], Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki, 2020, vol. 33, no. 4, pp. 102-109. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-33-4-102-109 (In Russian)

[6] Shevtsov B. M. Relaxation oscillations in energy active zones, E3S Web of Conf., 2020, vol. 196, no. 02026 DOI: 10.1051/e3sconf/202019602026

[7] Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Fractional Model of the Deformation Process, Fractal Fract., 2022, vol. 6, pp. 372 DOI: 10.3390/fractalfract6070372

[8] Janossy L., Renyi A., Aczel J. On composed Poisson distributions, I. Acta Math. Acad. Sci. Hungar., 1950, vol. 1, pp. 209-224

[9] Adelson R. M. Compound Poisson distributions, Oper. Res. Quart., 1966, vol. 17, pp. 73-75

[10] Di Crescenzo A., Martinucci B., Meoli A. A fractional counting process and its connection with the Poisson process, ALEA Lat. Am. J. Probab. Math. Stat., 2016, vol. 13, no. 1, pp. 291-307. DOI: 10.30757/ALEA.v13-12

[11] Beghin L., Macci C. Multivariate fractional Poisson processes and compound sums, Adv. in Appl. Probab., 2016, vol. 48, no. 3. DOI: 10.1017/apr.2016.23

[12] Khandakar M., Kataria K. K. Some Compound Fractional Poisson Processes, Fractal Fract., 2023, vol. 7(1), no. 15. DOI: 10.3390/fractalfract7010015

[13] Kanamori H. The Energy Release in Great Earthquakes, J. of Geophysical Research, 1977, vol. 82, no. 20, pp. 2981-2987

[14] Gutenberg B., Richter C. F. Seismicity of the Earth, Geol. Soc. Am. Bull., 1944, no. 34, pp. 185-188.

[15] Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Approximation of the waiting times distribution laws for foreshocks based on a fractional model of deformation activity. Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki, 2022, vol. 40, no. 3, pp. 74-82. DOI:10.26117/2079-6641-2022-40-3-137-152. (In Russian)

[16] The Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences. Available online: http://www.gsras.ru/new/eng/catalog/

[17] Bak P., Christensen K., Danon L., Scanlon T. Unified scaling law for earthquakes, Phys. Rev. Lett., 2002, vol. 88, no. 17, pp. 178501-1-178501-4.

[18] Carbone V., Sorriso-Valvo L., Harabaglia P., Guerra I. Unified scaling law for waiting times between seismic events, Europhys. Lett., 2005, vol. 71, no. 6, pp. 1036-1042. DOI: 10.1209/epl/i2005-10185-0

[19] Popova A. V., Sheremetyeva O. V., Sagitova R. N. Analysis of the data sampling parameters Global CMT Catalog to build a statistical model of the seismic process by the example of the subduction zone of the Kuril-Kamchatka island arc [Analiz parametrov vyborki dannykh Global CMT Catalog dlya postroeniya statisticheskoy modeli seysmicheskogo protsessa na primere zony subduktsii Kurilo-Kamchatskoy ostrovnoy dugi], Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki, 2012, vol. 5, no. 2, pp. 23-32. DOI: 10.18454/2079-6641-2012-5-2-23-32 (In Russian)

[20] Popova A. V., Sheremetyeva O. V. arc [dugi], Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki, 2013, vol. 6, no. 1, pp. 12-22. DOI: 10.18454/2079-6641-2013-6-1-12-22

[21] Riga G., Balocchi P. Short-Term Earthquake Forecast with the Seismic Sequence Hierarchization Method, Open Journal of Earthquake Research, 2016, vol. 5, pp. 79-96. DOI: 10.4236/ojer.2016.52006

[22] Dobrovolsky I. R., Zubkov S. I., Myachkin V. I. Estimation of the size of earthquake preparation zones, Pageoph., 1979, no. 117, pp. 1025-1044.

[23] Davis J. C. Statistics and data analysis in geology. New York, 2d ed., John Wiley and Sons. Inc., 1986, 267 pp.

Information about the authors

Sheremetyeva Olga Vladimirovna✉ – Ph. D. (Tech.), Research Scientist, Laboratory of Physical Process Modeling, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Kamchatka, Russia, ORCID 0000-0001-9417-9731.

Shevtsov Boris Mikhaylovich✉ – D. Sci. (Phys. & Math.), Chief Scientific Officer, Laboratory of Electromagnetic Radiation, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Kamchatka, Russia, ORCID 0000-0003-0625-0361.