Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2023. Т. 45. №4. С. 24-35. ISSN 2079-6641

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

https://doi.org/10.26117/2079-6641-2023-45-4-24-35

Научная статья

Полный текст на русском языке

УДК 519.642.2

Дробная модель геоакустической эмиссии

Р. И. Паровик*

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, с. Паратунка, ул.Мирная, д. 7, Россия

Аннотация. В настоящей работе была предложена и исследована дробная динамическая система, которая описывает высокочастотную геоакустическую эмиссию с наследственностью. Модель представляет собой систему из двух связных линейных осцилляторов с непостоянными коэффициентами и производными дробного порядка Герасимова-Капуто. Каждый осциллятор описывает дислокационный источник геоакустической эмиссии. Модель строится на основании предположения, что взаимодействие между источниками осуществляется только через излучение. Наличие наследственности указывает на изменение интенсивности такого взаимодействия. Для дробной динамической модели с производными Герасимова-Капуто справедливы локальные начальные условия, т.е. ставится задача Коши. Далее в работе на основе аппроксимации дробных производных Герасимова-Капуто строится нелокальная явная конечно-разностная схема для численного решения задачи Коши. Проводится визуализация численного решения. Были построены с помощью численного алгоритма при различных значениях порядков дробных производных осциллограммы и фазовые траектории в среде компьютерной алгебры Maple. Дана некоторая интерпретация результатов моделирования.

Ключевые слова: математическое моделирование, дробная динамическая система, геоакустическая эмиссия, осциллограмма, фазовая траектория, явная конечно-разностная, Maple

Получение: 07.11.2023; Исправление: 18.11.2023; Принятие: 25.11.2023; Публикация онлайн: 12.12.2023

Для цитирования. Паровик Р. И. Дробная модель геоакустической эмиссии // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. 2023. Т. 45. № 4. С. 24-35. EDN: CJMOVH. https://doi.org/10.26117/2079-6641-2023-45-4-24-35.

Финансирование. Исследования выполнены рамках гранта РНФ № 22-11-00064 по теме "Моделирование динамических процессов в геосферах с учетом наследственности"

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:** E-mail: parovik@ikir.ru

MATHEMATICAL MODELLING

https://doi.org/10.26117/2079-6641-2023-45-4-24-35

Research Article

Full text in Russian

MSC 34A08, 34A34

Fractional Model of Geoacoustic Emission

R. I. Parovik*

Institute for Cosmophysical Research and Radio Propagation FEB RAS, 684034, v. Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

Abstract. In this work, a fractional dynamic system that describes high-frequency geoacoustic emission with heredity was proposed and investigated. The model is a system of two connected linear oscillators with non-constant coefficients and Gerasimov-Caputo fractional order derivatives. Each oscillator describes a dislocation source of geoacoustic emission. The model is built on the assumption that interaction between sources occurs only through radiation. The presence of heredity indicates a change in the intensity of such interaction. For a fractional dynamic model with Gerasimov-Caputo derivatives, local initial conditions are valid, i.e. the Cauchy problem is posed. Further in the work, based on the Gerasimov-Caputo approximation of fractional derivatives, a nonlocal explicit finite-difference scheme is constructed for the numerical solution of the Cauchy problem. The numerical solution is visualized. Oscillograms and phase trajectories were constructed using a numerical algorithm for various values of the orders of fractional derivatives in the Maple computer algebra environment. Some interpretation of the simulation results is given.

Key words: mathematical modeling, fractional dynamic system, geoacoustic emissions, oscillogram, phase trajectory, explicit finite-difference, Maple

Received: 07.11.2023; Revised: 18.11.2023; Accepted: 25.11.2023; First online: 12.12.2023

For citation. Parovik R. I. Fractional model of geoacoustic emission. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2023, **45**: 4, 24-35. EDN: CJMOVH. https://doi.org/10.26117/2079-6641-2023-45-4-24-35.

Funding. The research was carried out within the framework of the Russian Science Foundation grant No. 22-11-00064 on the topic "Modeling of dynamic processes in the geospheres taking into account heredity"

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. The author participated in the writing of the article and is fully responsible for submitting the final version of the article to the press.

[*]**Correspondence:** E-mail: parovik@ikir.ru

Введение

Геоакустическая эмиссия (ГАЭ) представляет собой отклик на деформационные изменения в структуре горных пород. В работах [1–3] указывается, что ГАЭ может быть связано с деформациями пород на различных стадиях сейсмотектонического процесса и возникновения землетрясений. Аномальные изменения в сигналах ГАЭ указывают на то, что существует связь с подготовкой сейсмических событий [4, 5]. Отметим, что в работе [6] указывается, что для прогноза землетрясений используются сигналы от упругих колебаний в акустическом диапазоне частот, которые могут генерироваться под воздействием ионизации. Ионизация образуется в момент прохождения мюонов высокой энергии через сейсмически напряженную среду в глубинных слоях земной коры. В работе [7] сообщается, что на ГАЭ может влиять пространственно-временное изменение атмосферы. В статье [8] указывается, что ГАЭ может порождаться дегазацией, вызванной геохимическими процессами.

Согласно исследованиям на Петропавловск-Камчатском геодинамическом полигоне было установлено существование высокочастотного (до первых десятков килогерц) акустоэмиссионного эффекта в приповерхностных осадочных породах [9].

Высокочастотную ГАЭ можно считать эффективным оперативным индикатором изменения напряженно-деформированного состояния среды в пунктах наблюдений. В работе [2] показано, что практически в 50% случаев аномалии высокочастотной ГАЭ приповерхностных осадочных пород предшествовали сильным сейсмическим событиям в 1–3 суточном интервале.

Исходя из вышесказанного, для более эффективного исследования состояния пород и выявления предвестников землетрясений возникает необходимость разрабатывать математические модели высокочастотной ГАЭ. Используя подход, предложенный в работе [10] и основанный на системе связанных осцилляторов для описания акустической эмиссии в композитных материалах, была разработана математическая модель высокочастотной ГАЭ [8]. Выбор вида осциллирующих уравнений основан на известных свойствах генерации и распространения акустического излучения в исследуемых породах [12].

Настоящая работа является продолжением статьи [8]. Предложено обобщение математической модели высокочастотной ГАЭ на случай учета наследственности. Свойство наследственности динамической системы означает, что текущее ее состояние может зависеть от предыдущих состояний, т.е. от предыстории. Если на систему оказывается воздействие, то за счет наследственности система может "помнить"о нем некоторое время. Подобные наследственные системы изучались в рамках наследственной механики [13]. Как правило наследственные динамические системы с точки зрения математики описываются с помощью интегро-дифференциальных уравнений вольтерровского типа с разностными ядрами — функциями памяти [14]. В первом приближении, опираясь на степенные законы или степенную память, мы можем от интегро-дифференциальных уравнений перейти к уравнениям с дробными производными, которые достаточно хорошо изучены [15,16]. Динамические системы, которые описываются с помощью дробных производных будем называть дробными динамическими системами.

Постановка задачи и методика решения

В статье [8] была предложена следующая задача Коши (1, 2):

$$\begin{cases} g_1''(t) = \left(\dfrac{a_1}{t} - \dfrac{a_1}{b_1}\right) g_1'(t) - \left(\dfrac{a_1}{t^2} + c_1^2\right) g_1(t) + \\ \qquad + \left(\dfrac{a_1}{t} - \dfrac{a_1}{b_1}\right) A_1\, c_1\, t^{a_1} \exp(-\dfrac{a_1}{b_1} t) \cos(c_1 t + \varphi_{0_1}) + k g_2(t), \\ g_2''(t) = \left(\dfrac{a_2}{t} - \dfrac{a_2}{b_2}\right) g_2'(t) - \left(\dfrac{a_2}{t^2} + c_2^2\right) g_2(t) + \\ \qquad + \left(\dfrac{a_2}{t} - \dfrac{a_2}{b_2}\right) A_2\, c_2\, t^{a_2} \exp(-\dfrac{a_2}{b_2} t) \cos(c_2 t + \varphi_{0_2}) + k g_1(t), \end{cases} \tag{1}$$

где k – коэффициент линейной связи между источниками через излучение, $g_1(t), g_2(t) \in C^2[t_0, T]$ — импульсы ГАЭ, функции решения.

$$\begin{cases} g_1(t_0) = A_1\, t_0^{a_1} \exp\left(-\dfrac{a_1}{b_1} t_0\right) \sin(c_1 t_0 + \varphi_{0_1}), \\ g_1'(t_0) = \left(\dfrac{a_1}{t_0} - \dfrac{a_1}{b_1}\right) g_1(t_0) + A_1\, c_1\, t_0^{a_1} \exp\left(-\dfrac{a_1}{b_1} t_0\right) \cos(c_1 t_0 + \varphi_{0_1}), \\ g_2(t_0) = A_2\, t_0^{a_2} \exp\left(-\dfrac{a_2}{b_2} t_0\right) \sin(c_2 t_0 + \varphi_{0_2}), \\ g_2'(t_0) = \left(\dfrac{a_2}{t_0} - \dfrac{a_2}{b_2}\right) g_2(t_0) + A_2\, c_2\, t_0^{a_2} \exp\left(-\dfrac{a_2}{b_2} t_0\right) \cos(c_2 t_0 + \varphi_{0_2}). \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, A_1, A_2, \phi_{0,1}, \phi_{0,2}, t_0$ — заданные константы.

Замечание 1. Заметим, что коэффициенты системы (1) убывают со временем и при больших временах $t \to \infty$ стремятся к константам.

Далее в статье [8] эта модель была исследована в среде Maple с привлечением численого метода Розенброка на интервале от $t_0 = 0.00001$ до $T = t_{end}$ с шагом $\tau = 2 \cdot 10^{-5}$.

Необходимо отметить, что задача Коши (1), (2) качественно исследовалась в работе автора [17]. Исследовались вопросы существования и единственности решения, а также жесткость. Показано, что жесткость системы не зависит от коэффициента k линейной связи между источниками.

Рассмотрим обобщение задачи Коши (1) и (2):

$$\begin{cases} \partial_{0t}^{\alpha_1} g_1(t) = \left(\dfrac{a_1}{t} - \dfrac{a_1}{b_1}\right) g_1'(t) - \left(\dfrac{a_1}{t^2} + c_1^2\right) g_1(t) + \\ \qquad + \left(\dfrac{a_1}{t} - \dfrac{a_1}{b_1}\right) A_1\, c_1\, t^{a_1} \exp(-\dfrac{a_1}{b_1} t) \cos(c_1 t + \varphi_{0,1}) + k g_2(t), \\ \partial_{0t}^{\alpha_2} g_2(t) = \left(\dfrac{a_2}{t} - \dfrac{a_2}{b_2}\right) g_2'(t) - \left(\dfrac{a_2}{t^2} + c_2^2\right) g_2(t) + \\ \qquad + \left(\dfrac{a_2}{t} - \dfrac{a_2}{b_2}\right) A_2\, c_2\, t^{a_2} \exp(-\dfrac{a_2}{b_2} t) \cos(c_2 t + \varphi_{0,2}) + k g_1(t), \end{cases} \tag{3}$$

Начальные условия (2) здесь также будут справедливыми для системы (3).

Дробные производные в правых частях системы (3) понимаются в смысле Герасимова-Капуто и их можно записать так [15]:

$$\partial_{0t}^{\alpha_1} g_1(t) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha_1)} \int_0^t \frac{\ddot{g}_1(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{\alpha_1-1}}, \partial_{0t}^{\alpha_2} g_2(t) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha_2)} \int_0^t \frac{\ddot{g}_2(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{\alpha_2-1}}, \tag{4}$$

где $1 < \alpha_1, \alpha_2 < 2$, $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция Эйлера.

Если $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ мы приходим к системе (1). В общем случае мы будем искать численное решение задачи Коши (2) и (3). Введем равномерную сетку с шагом $\tau = T/N$, где N — количество узлов сетки. Пусть функции $g_1(t), g_2(t)$ обладают необходимой гладкостью, тогда можно ввести сеточные функции $g_1(t_k), g_2(t_j)$, где $j = 0, ..., N-1, t_j = j\tau$. Учитывая аппроксимации [18]:

$$\partial_{0t}^{\alpha_1} g_1(t) \approx \frac{\tau^{-\alpha_1}}{\Gamma(3-\alpha_1)} \sum_{i=0}^{j} \left((i+1)^{2-\alpha_1} - i^{2-\alpha_1}\right)(g_{1,j-i+1} - 2g_{1,j-i} + g_{1,j-i-1}), \tag{5}$$

$$\partial_{0t}^{\alpha_2} g_2(t) \approx \frac{\tau^{-\alpha_2}}{\Gamma(3-\alpha_2)} \sum_{i=0}^{j} \left((i+1)^{2-\alpha_2} - i^{2-\alpha_2}\right)(g_{2,j-i+1} - 2g_{2,j-i} + g_{2,j-i-1}),$$

мы можем составить следующую нелокальную явную конечно-разностную схему.

$$\begin{cases} g_{1,j+1} = \dfrac{1}{R_1 - \dfrac{\beta_{1,j}}{\tau}} \left(\left(2R_1 - \dfrac{\beta_{1,j}}{\tau} - \gamma_j\right) g_{1,j} - R_1 g_{1,j-1} + f_{1,j} + kg_{2,j} \right) - \\ \qquad - \dfrac{R_1}{R_1 - \dfrac{\beta_{1,j}}{\tau}} \displaystyle\sum_{i=1}^{j} (g_{1,j-i+1} - 2g_{1,j-i} + g_{1,j-i-1}) \\ g_{2,j+1} = \dfrac{1}{R_2 - \dfrac{\beta_{2,j}}{\tau}} \left(\left(2R_2 - \dfrac{\beta_{2,j}}{\tau} - \gamma_j\right) g_{2,j} - R_2 g_{2,j-1} + f_{2,j} + kg_{1,j} \right) - \\ \qquad - \dfrac{R_2}{R_2 - \dfrac{\beta_{2,j}}{\tau}} \displaystyle\sum_{i=1}^{j} (g_{2,j-i+1} - 2g_{2,j-i} + g_{2,j-i-1}) \end{cases} \tag{6}$$

Здесь $R_1 = \dfrac{\tau^{-\alpha_1}}{\Gamma(3-\alpha_1)}$, $R_2 = \dfrac{\tau^{-\alpha_2}}{\Gamma(3-\alpha_2)}$, $\beta_{1,j} = \dfrac{a_1}{j\tau} - \dfrac{a_1}{b_1}$, $\beta_{2,j} = \dfrac{a_2}{j\tau} - \dfrac{a_2}{b_2}$, $\gamma_{1,j} = \dfrac{a_1}{(j\tau)^2 + c_1^2}$, $\gamma_{2,j} = \dfrac{a_2}{(j\tau)^2 + c_2^2}$.

$$f_{1,j} = \beta_{1,j} A_1 c_1 (j\tau)^{a_1} \exp\left(-\frac{a_1}{b_1} j\tau\right) \cos(c_1 j\tau + \phi_{0,1}),$$

$$f_{2,j} = \beta_{2,j} A_2 c_2 (j\tau)^{a_2} \exp\left(-\frac{a_2}{b_2} j\tau\right) \cos(c_2 j\tau + \phi_{0,2}),$$

$$\phi_1 = \left(\frac{a_1}{t_0} - \frac{a_1}{b_1}\right) g_{1,0} + A_2 c_2 t_0^{a_1} \exp\left(-\frac{a_1}{b_1} t_0\right) \cos(c_1 t_0 + \phi_{0,1}),$$

$$\phi_2 = \left(\frac{a_2}{t_0} - \frac{a_2}{b_2}\right) g_{2,0} + A_2 c_2 t_0^{a_2} \exp\left(-\frac{a_2}{b_2} t_0\right) \cos\left(c_2 t_0 + \phi_{0,2}\right).$$

Начальные условия для (6) можно записать так:

$$\begin{gathered} g_{1,0} = A_1 t_0^{a_1} \exp\left(-\frac{a_1}{b_1} t_0\right) \sin\left(c_1 t_0 + \phi_{0,1}\right), \\ g_{2,0} = A_2 t_0^{a_2} \exp\left(-\frac{a_2}{b_2} t_0\right) \sin\left(c_2 t_0 + \phi_{0,2}\right) \\ g_{1,1} = g_{1,0} + \tau\phi_1, g_{2,1} = g_{2,0} + \tau\phi_2. \end{gathered} \tag{7}$$

Результаты моделирования

Рассмотрим некоторые примеры работы численной схемы (6) и (7), которые будем реализовывать в среде компьютерной математики Maple.

Пример 1. Рассмотрим классический случай $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$. Значения остальных параметров выберем из статьи [8]: $a_1 = 1.3785, a_2 = 3.1831, b_1 = 0.004, b_2 = 0.006, c_1 = 31416, c_2 = 31416, A_1 = 0.5, A_2 = 0.7, \phi_{0,1} = \phi_{0,2} = 0, N = 5000, T = 0.05$, $t_0 = 10^{-6}, k = 7 \cdot 10^{-6}$. Результаты расчета по нелокальной явной-конечно разностной схеме (6) и (7) приведены на рис.1 и рис.2. Основной код программы на языке Maple приведен ниже.

```
>for i to N do
beta1[i]:= a1/(i*tau)-a1/b1; beta2[i]:= a2/(i*tau)-a2/b2;
gamma1[i]:= a1/(i*tau)^2+c1^2; gamma2[i]:= a2/(i*tau)^2+c2^2;
f1[i]:=beta1[i]*A1*c1*(i*tau)^a1*exp(-a1*i*tau/b1)*cos(c1*i*tau+phi1);
f2[i]:=beta2[i]*A2*c2*(i*tau)^a2*exp(-a2*i*tau/b2)*cos(c2*i*tau+phi2)
  od;
>for j to N-1 do
g1[j+1]:=((2*R1-beta1[j]/tau-gamma1[j])*g1[j]-R1*g1[j-1]-
R1*add(((i+1)^(2-alpha1)-i^(2-alpha1))*(g1[j-i+1]-2*g1[j-i]+g1[j-i-1]),
i=1..j-1)+f1[j]+k*g2[j])/(R1-beta1[j]/tau);
g2[j+1]:=((2*R2-beta2[j]/tau-gamma2[j])*g2[j]-R2*g2[j-1]-
R2*add(((i+1)^(2-alpha2)-i^(2-alpha2))*(g2[j-i+1]-2*g2[j-i]+g2[j-i-1]),
i=1..j-1)+f2[j]+k*g1[j])/(R2-beta2[j]/tau)
  od;
G1:= seq([m*tau, g1[m]], m = 0..N-1);
G2:= seq([m*tau, g2[m]], m = 0..N-1);
G12:= seq([g1[m], g2[m]], m = 0..N-1);
pointplot([G1],style=line,style=line,labels=["t", "g1(t)"],
labeldirections=["horizontal","vertical"],
labelfont=["HELVETICA","ROMAN","BOLD",12],
axesfont=["HELVETICA","ROMAN","BOLD",10]);
pointplot([G2], style = line,style = line, labels = ["t", "g2(t)"],
```

```
labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
labelfont = ["HELVETICA","ROMAN","BOLD", 12],
axesfont=["HELVETICA","ROMAN","BOLD",10]);
pointplot([G12],style=line,style=line,labels = ["g1(t)","g2(t)"],
labeldirections=["horizontal", "vertical"],
labelfont=["HELVETICA","ROMAN","BOLD",12],
axesfont=["HELVETICA","ROMAN","BOLD", 10]);
```

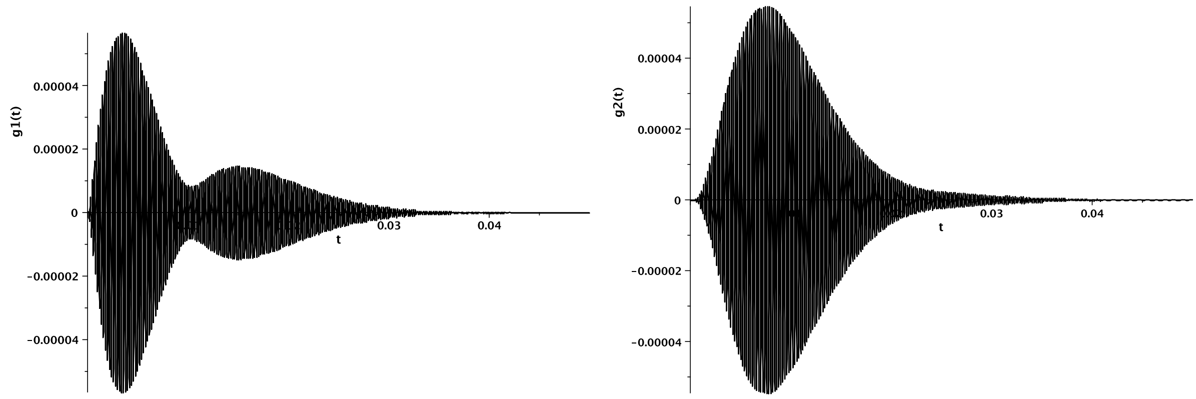

Рис. 1. Осциллограммы численного решения в классическом случае для Примера 1.
[Figure 1. Oscillograms of the numerical solution in the classical case for Example 1.]

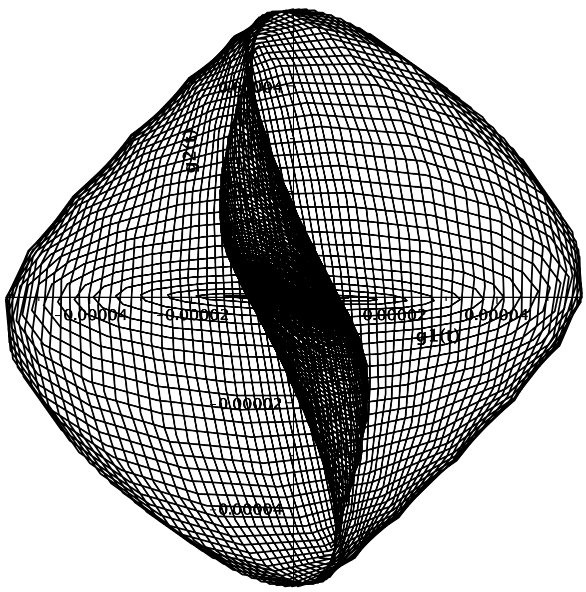

Рис. 2. Фазовая траектория численного решения в классическом случае для Примера 1.
[Figure 2. Phase trajectory of the numerical solution in the classical case for Example 1.]

На рис.1 мы видим осциллограммы, полученные для функций $g_1(t)$ и $g_2(t)$. Динамика в этом случае совпадает с динамикой, полученной в работе [8]. На правом рис.1 мы видим два всплеска, которые потом затухают до некоторого уровня, а на левом – один всплеск и более быстрое затухание. Фазовая траектория (рис.2) представляет собой замкнутую траекторию, что указывает на сохранение колебаний на некотором уровне. Это связано с тем, что $a_1 < a_2$ и $b_1 < b_2$, поэтому для $g_2(t)$ затухание происходит быстрее. Выберем значения $a_1 = 3.3785, a_2 = 1.1831$, $b_1 = 0.006, b_2 = 0.004$, а остальные оставим без изменения. Результаты расчетов приведены на рис.3 и рис.4.

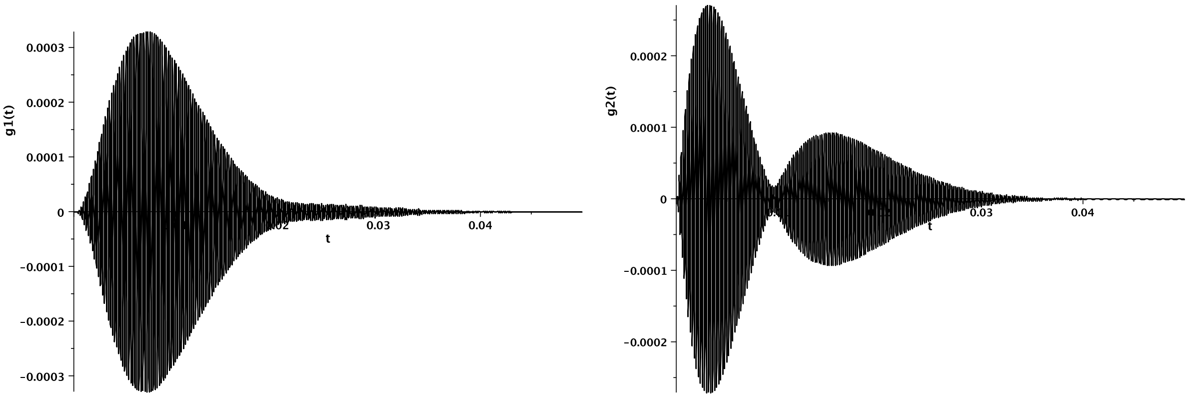

Рис. 3. Осциллограммы численного решения в классическом случае для Примера 1.
[Figure 3. Oscillograms of the numerical solution in the classical case for Example 1.]

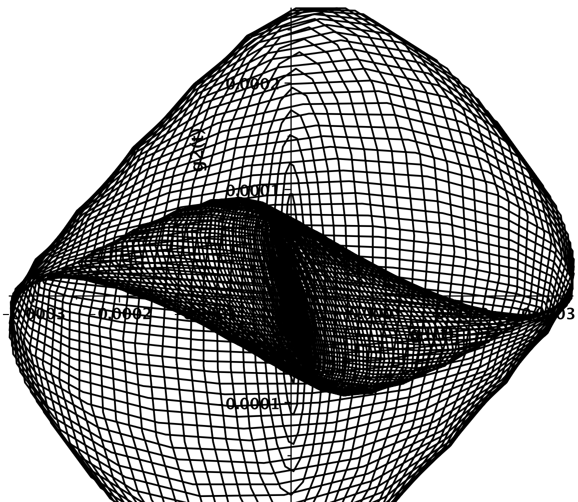

Рис. 4. Фазовая траектория численного решения в классическом случае для Примера 1.
[Figure 4. Phase trajectory of the numerical solution in the classical case for Example 1.]

На рис.3 приведены осциллограммы, построенные $a_1 > a_2$ и $b_1 > b_2$ согласно численной схеме (6) и (7). Мы видим, что характер графиков изменился на противоположный. Фазовая траектория (рис.4) также изменилась, осуществив поворот против часовой стрелки, по-прежнему является замкнутой.

Пример 2. Рассмотрим общий случай: $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 1.8, k = 7 \cdot 10^{-8}$, остальные параметры выберем из предыдущего примера.

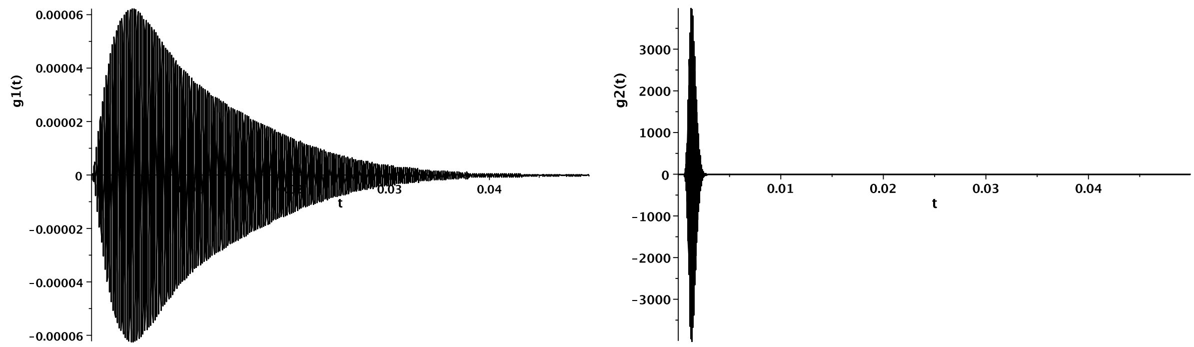

Рис. 5. Осциллограммы численного решения в классическом случае для Примера 2.
[Figure 5. Oscillograms of the numerical solution in the classical case for Example 2.]

На рис.5 приведены осциллограммы для Примера 2. Видим, что порядок дробной производной отвечает за диссипацию. Это проявляется быстрым затуханием импульса (осциллогрмма для $g_2(t)$) и соответственно отсутствием взаимодействия с $g_1(t)$.

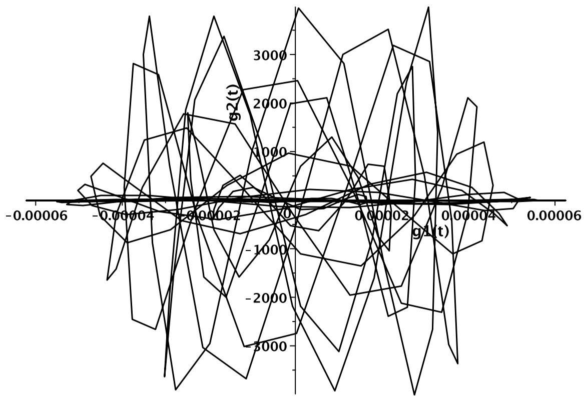

Рис. 6. Фазовая траектория численного решения в классическом случае для Примера 2.
[Figure 6. Phase trajectory of the numerical solution in the classical case for Example 2.]

Фазовая траектория (рис.6) является замкнутой и напоминает фазовую траекторию для хаотического режима. Однако это совсем не так, фазовая траектория со временем охватывает начало координат. Это указывает на то, что энергия излучения диссипирует. Рассмотрим другой случай $\alpha_1 = 1.8, \alpha_2 = 2$. Получим следующие расчетные кривые (рис.7) и (рис.8).

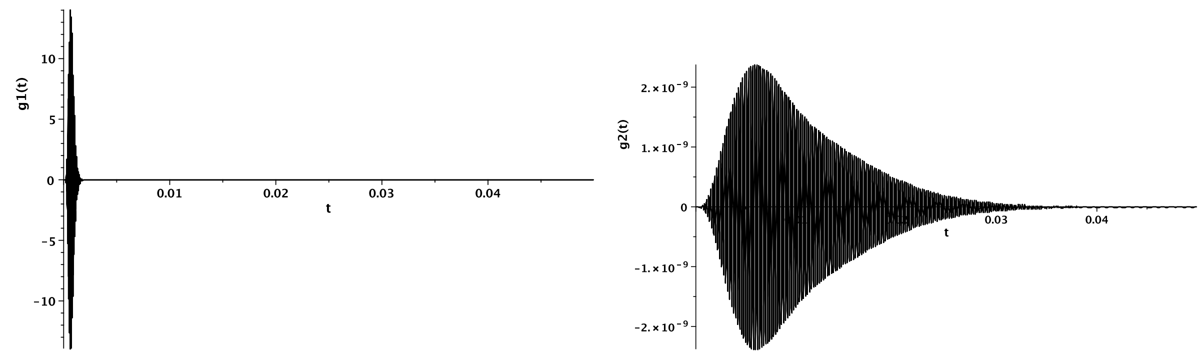

Рис. 7. Осциллограммы численного решения в классическом случае для Примера 2.
[Figure 7. Oscillograms of the numerical solution in the classical case for Example 2.]

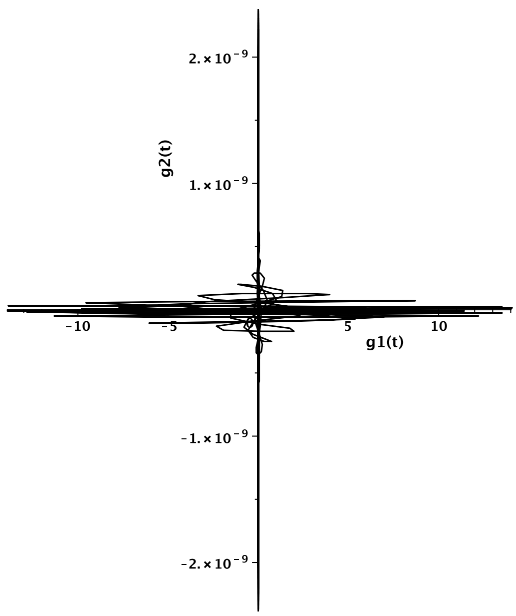

Рис. 8. Фазовая траектория численного решения в классическом случае для Примера 2.
[Figure 8. Phase trajectory of the numerical solution in the classical case for Example 2.]

Мы видим противоположную ситуацию. Осциллограмма для $g_1(t)$ быстро затухает, поэтому нет взаимодействия с $g_2(t)$. Фазовая траектория (рис.8) замкнутая, что указывает на диссипацию энергии.

Заключение

В заключении отметим, что введение производных дробных порядков в модельные уравнения (1) приводят к диссипации энергии импульса ГАЭ, т.е со временем взаимодействие между импульсами прекращается. Это подтверждается осциллограммами и фазовой траекторией. Поэтому исходя из выше сказанного имеет смысл вводить дробную производную в диссипативные члены системы (1).

Список литературы

1. Долгих Г. И. и др. Деформационные и акустические предвестники землетрясений, *Доклады АН*, 2007. Т. 413, № 1, С. 96–100.
2. Марапулец Ю. В. и др. Отклик геоакустической эмиссии на активизацию деформационных процессов при подготовке землетрясений, *Тихоокеанская геология*, 2012. Т. 31, № 6, С. 59–67.
3. Киссин И. Г. *Флюиды в земной коре: Геофизические и тектонические аспекты.* М.: Наука, 2015. 328 с.
4. Моргунов В. А., Любошевский М. Н., Фабрициус В. З., Фабрициус З. Э. Геоакустический предвестник Спитакского землетрясения, *Вулканология и сейсмология*, 1991. № 4, С. 104–106.
5. Gregori G. P., Poscolieri M., Paparo G., De Simone S., Rafanelli C., Ventrice G. "Storms of crustal stress" and AE earthquake precursors, *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2010. no. 10, pp. 319–337 DOI: 10.5194/nhess-10-319-2010.
6. Искаков Б. А. и др. Геоакустическая эмиссия при прохождении через земную кору высокоэнергетических мюонов космического происхождения, *Вестник Пермского университета. Серия: Физика*, 2021. № 1, С. 5-11.
7. Боков В. Н., Воробьев В. Н. Изменчивость геоакустической эмиссии и изменения атмосферной циркуляции, *Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета*, 2013. № 32, С. 43-54.
8. Гаврилов В.А., Морозова Ю.В., Сторчеус А.В. Вариации уровня геоакустической эмиссии в глубокой скважине Г-1 (Камчатка) и их связь с сейсмической активностью, *Вулканология и сейсмология*, 2006. № 1, С. 52–67.
9. Марапулец Ю. В. Высокочастотный акустоэмиссионный эффект, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2015. Т. 10, № 1, С. 44–53 DOI: 10.18454/2079-6641-2015-10-1-44-5.
10. Крылов В. В., Ланда П. С., Робсман В. А. Модель развития акустической эмиссии как хаотизация переходных процессов в связанных нелинейных осцилляторах, *Акустический журнал*, 1993. Т. 39, № 1, С. 108–122.
11. Гапеев М. И., Солодчук А. А., Паровик Р. И. Связанные осцилляторы как модель высокочастотной геоакустической эмиссии, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2022. Т. 40, № 3, С. 88-100 DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-88-100.
12. Tristanov A., Lukovenkova O., Marapulets Yu., Kim A. Improvement of methods for sparse model identification of pulsed geophysical signals, *IEEE*, pp. 256–260 DOI: 10.23919/SPA.2019.8936817.
13. Работнов Ю. Н. *Элементы наследственной механики твёрдых тел.* М.: Наука, 1977. 384 с.
14. Volterra V. *Functional theory, integral and integro-differential equations.* New York: Dover Publications, 2005. 288 pp.
15. Нахушев А.М. *Дробное исчисление и его применение.* М.: Физматлит, 2003. 272 с.
16. Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations.* Amsterdam: Elsevier, 2006. 523 pp.
17. Мингазова Д. Ф., Паровик Р. И. Некоторые аспекты качественного анализа модели высокочастотной геоакустической эмиссии, *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки*, 2023. Т. 42, № 1, С. 191-206 DOI: 10.26117/2079-6641-2023-42-1-191-206.
18. Паровик Р.И. *Хаотические и регулярные режимы дробных осцилляторов.* Петропавловск-Камчатский: КАМЧАТПРЕСС, 2019. 132 с.

Информация об авторе

Паровик Роман Иванович – доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории моделирования физических процессов института космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Паратунка, Россия, ORCID 0000-0002-1576-1860.

References

[1] Dolgikh G. I., et al. Deformation and acoustic precursors of earthquakes, Doklady Earth Sciences, 2007, 413:1, 281–285,(In Russian)

[2] Marapulets Y. V., et. al. Geoacoustic emission response to deformation processes activation during earthquake preparation, Russian Journal of Pacific Geology, 2012, 6:6, 457–464.

[3] Kissin I. G. Flyuidy v zemnoy kore: Geofizicheskie i tektonicheskie aspekty [Fluids in the Earth's Crust: Geophysical and Tectonic Aspects]. Moscow, Nauka, 2015, 328 (In Russian)

[4] Morgunov V. A., Lyuboshevskij M. N., Fabricius V. Z., Fabricius Z. E. Geoakusticheskij predvestnik Spitakskogo zemletryaseniya [Geoacoustic precursor of the Spitak earthquake], Vulkanologiya i sejsmologiya, 1991, 4, 104–106. (In Russian)

[5] Gregori G. P., et al. "Storms of crustal stress"and AE earthquake precursors, Natural Hazards and Earth System Sciences, 2010, 10, 319–337.

[6] Iskakov B. A., et al. Geoacoustic emission when high-energy muons of cosmic origin pass through the earth's crust. Vestnik Perm. Univer. Seriya: Fizika, 2021, 1. 5-11(In Russian)

[7] Bokov V. N., Vorob'yev V. N. Variability of geoacoustic emissions and changes in atmospheric circulation. Uchenyye zapiski Rossiyskogo gosudarstvennogo gidrometeorologicheskogo universiteta, 2013, 32, 43-54(In Russian)

[8] Gavrilov V.A., Morozova Yu.V., Storcheus A.V. Variations in the level of geoacoustic emission in the deep well G-1 (Kamchatka) and their relationship with seismic activity. Volcanology and seismology. 2006. 1. pp. 52–67(In Russian)

[9] Marapulets Yu. V. High frequency acoustic emission effect. Vestnik. KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2015, 10:1, 44–53,(In Russian)

[10] Krylov V. V., Landa P. S., Robsman V. A. Model' razvitiya akusticheskoy emissii kak khaotizatsiya perekhodnykh protsessov v svyazannykh nelineynykh ostsillyatorakh. Akusticheskiy zhurnal, 1993, 39:1, 108-122,(In Russian)

[11] Gapeev M., Solodchuk A., Parovik R. Coupled oscillators as a model of high-frequency geoacoustic emission. Vest. KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2022, 40:3, 88-100,(In Russian)

[12] Tristanov A., et al. Improvement of methods for sparse model identification of pulsed geophysical signals. IEEE, 2019, 256–260 DOI: 10.23919/SPA.2019.8936817

[13] Rabotnov Yu. N. Elementy nasledstvennoy mekhaniki tvordykh tel [Elements of hereditary mechanics of solids]. Moscow. Nauka, 1977. 384 p.(In Russian)

[14] Volterra V. Functional theory, integral and integro-differential equations. N-Y. Dover Publications, 2005. 288 p.

[15] Nakhushev A. M. Drobnoye ischisleniye i yego primeneniye [Fractional calculus and its applications]. Moscow. Fizmatlit. 2003. 272 p.(In Russian)

[16] Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam. Elsevier. 2006. 523 p.

[17] Mingazova D., Parovik R. Some aspects of the qualitative analysis of the high-frequency geoacoustic emission model. Vest. KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2023, 42:1, 191-206.(In Russian)

[18] Parovik R. I. Haoticheskiye i regulyarnyye rezhimy drobnykh ostsillyatorov [Chaotic and regular modes of fractional oscillators]. P-K. KAMCHATPRESS, 2019. 132 p.(In Russian)

Information about author

Parovik Roman Ivanovich✉ – D. Sci. (Phys. & Math.), Associate Professor, Leading researcher laboratory of modeling physical processes Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Russia, ORCID 0000-0002-1576-1860.