МАТЕМАТИКА
https://doi.org/10.26117/2079-6641-2023-43-2-31-43
Научная статья
Полный текст на русском языке
УДК 519.669, 511.11

О возможности помещения в пространство двух системных блоков и двух вычислительных формул

В. Л. Щербань*

АНО "Центр дополнительного математического образования 640002, г. Курган, ул. Томина, 53, Россия

Аннотация. Алгоритм поиска решения каждой поставленной задачи, см. название статьи, подразумевает его дискретность соотношений от общего его возможных частей. Или в точности, алгоритм должен быть разделен на некоторую последовательность реализовываемых арифметических действий. Существующая теория измерения, которая трактуется в частности, как теория способов кодирования действительных чисел, дает ответ на эти перечисленные проблемы. Воспользовавшись этой теорией, найден вещественный алгоритм для размещения всех существующих первообразных числовых последовательностей в пространстве в виде арифметических таблиц. Дополнительные исследования методом кодирования особых свойств рекуррентных числовых рядов привели к установлению двух вычислительных формул для нахождения всех простых чисел. Затем к системным блокам, в сущности которые не отличаются от формул. В прикладной арифметике, это возможность такие вычислительные объекты разместить в трехмерном пространстве. Для компьютерной реализации поставленных вычислительных задач определены те правила вещественных и арифметических действий, которые для таблиц должны иметь место. Способ построения вещественно – арифметических таблиц не универсален, но дает возможность получить дальнейшее его развитие в подсистеме числовых неправильных треугольников.

Ключевые слова: трехмерное пространство, возвратные (рекуррентные) числовые последовательности, простые числа, треугольник Паскаля

Получение: 03.04.2023; Исправление: 12.04.2023; Принятие: 16.04.2023; Публикация онлайн: 30.06.2023

Для цитирования. Щербань В. Л. О возможности помещения в пространство двух системных блоков и двух вычислительных формул // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2023. Т. 43. № 2. С. 31-43. EDN: XGIBMG . https://doi.org/10.26117/2079-6641-2023-43-2-31-43.

Финансирование. Работа выполнялась без поддержки фондов.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

***Корреспонденция:** E-mail: sherba-q@ya.ru

Контент публикуется на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International License

© Щербань В. Л., 2023

© ИКИР ДВО РАН, 2023 (оригинал-макет, дизайн, составление)

MATHEMATICS
https://doi.org/10.26117/2079-6641-2023-43-2-31-43
Research Article
Full text in Russian
MSC 97F60

On the Possibility of Placing Two System Blocks and Two Computational Formulas in Space

*V. L. Shcherban'**

Center for Additional Mathematical Education, 640000, Kurgan, Tomina str. 53, Russia

Abstract. The algorithm for finding a solution to each task, see the title of the article, implies its discreteness of relationships from the total of its possible parts. Or exactly, the algorithm must be divided into some sequence of arithmetic operations to be implemented. The existing measurement theory, which is interpreted in particular as a theory of ways to encode real numbers, provides an answer to these listed problems. Using this theory, a real algorithm is found for placing all existing primitive numerical sequences in space in the form of arithmetic tables. Additional research by coding the special properties of recurrent numerical series led to the establishment of two computational formulas for finding all prime numbers. Then to the system blocks, which in essence do not differ from formulas. In applied arithmetic, this is the ability to place such computational objects in three-dimensional space. For the computer implementation of the set computational tasks, those rules of real and arithmetic operations are determined, which must take place for tables. The method of constructing real-arithmetic tables is not universal, but it makes it possible to obtain its further development in the subsystem of numerical irregular triangles.

Key words: three-dimensional space, recurrent (recurrent) numerical sequences, prime numbers, Pascal's triangle

Received: 03.04.2023; Revised: 12.04.2023; Accepted: 16.04.2023; First online: 30.06.2023

For citation. Shcherban' V. L. On the possibility of placing two system blocks and two computational formulas in space. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2023, **43**: 2, 31-43. EDN: XGIBMG . https://doi.org/10.26117/2079-6641-2023-43-2-31-43.

Funding. The work was carried out without the support of funds.

Competing interests. There are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. The author participated in the writing of the article and is fully responsible for submitting the final version of the article to the press.

***Correspondence:** E-mail: sherba-q@ya.ru

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License
© Shcherban' V. L., 2023
© Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, 2023 (original layout, design, compilation)

Введение

Результативные части данного исследования дают возможность разные вычислительные объекты разместить в пространстве.

Истинность теоретической части исследования подтвердил наблюдатель-посредник, находившийся в трехмерном пространстве (сокр. 3D-space), в котором теория измерений практически реализована. Теория измерений, это теория о классификации переменных величин по природе информации, которая содержится в числах – значениях этих переменных величин. Носитель определенных отношений, здесь и далее — объект измерения в n-мерном пространстве без элементов геометрии. В таких объектах не принято использовать искусственные конструкции типа теорем, которые сами по себе не используются в решениях задач.

Воспользуемся далее и здесь информационным алгоритмом теории измерения в трактовке способов кодирования последовательностей чисел. Теоретической основой решения поставленных задач являются рекуррентные ряды чисел. В таких рядах для нахождения всех последовательных чисел устанавливается и объявляется так называемое возвратное уравнение [1]. С помощью этого уравнения установлены четыре вещественных вычислительных объекта. Это значит, что в таких объектах числа можно заменить любым количеством предметов и поместить в пространство, например, в виде арифметических таблиц. Наглядными примерами такого утверждения являются известные задачи Фибоначчи [2]. Двум таким объектам присвоен статус вычислительных формул.

Нахождение арифметических таблиц

Что может сообщить нам наблюдатель – посредник, находящийся в *трехмерном* пространстве и имеющий доступ в двумерное пространство по его научному определению? [3]. Предложим ему подтвердить существование именно такого пространства, в котором возможно поместить бесконечную *одномерную* таблицу. Эта таблица имеет в составе особые числа – *нули* [4], расположенные в шахматно-ромбовом виде (табл. 1, объект I).

Таблица 1

Одно и двухмерные арифметические объекты
[One- and two-dimensional arithmetic objects]

объект I	объект II
...0 0 0. . . .	. . . . .0 1 0. . . . .
. . .0 0 0 0. . .	. . . .0 1 1 0. . . .
. . . .0 0 0. . . .	. . .0 1 2 1 0. . .
. . .0 0 0 0. . .	..0 1 3 3 1 0..

В этой, первой по счету, арифметической таблице присутствует только один закон сложения, который гласит: каждое число является суммой двух ближайших к нему чисел предыдущей (верхней) горизонтали. Заменим один из нулей на единицу и потребуем, чтобы вышеназванный закон сохранялся. Тогда «возмущение» будет распространяться в "*условном*"двумерном пространстве в виде треугольника Паскаля [5] в равнобедренной форме, (табл. 1, объект II). Здесь и далее, термин условный указывает только на неоднозначность поставленной задачи и не более того. Каждой горизонтали нового объекта присваивается собственный фиксированный порядковый номер, позволяющий создать следующую арифметическую таблицу в системе позиционного (поместного) счета, (табл. 2 – колонна C).

Треугольник Паскаля

Зафиксируем следующее не очевидное утверждение. Треугольник Паскаля состоит из многих частей условно двумерного многочлена [6]:

$$S_q = x_1^q + x_2^q. \tag{1}$$

Пусть $f_1 = x_1 + x_2$, $f_2 = x_1 x_2$. Создаем условие q – нечетное число: $f_1^2 + x f_2 \equiv 0 (\bmod q)$, [7].

Для всех поставленных задач, *см. название статьи*, следует установить алгоритм поиска их решения. Практической основой такого алгоритма будет являться треугольник Паскаля в прямоугольной форме. Именно в таком треугольнике последовательные суммы чисел на зафиксированных восходящих диагоналях по факту являются рядами Фибоначчи. Переместим эти ряды последовательно на фиксированные горизонтали (табл. 2 – колонна C). Статус таблицы-колонны C – неправильный треугольник Паскаля. Производная таблица от такого треугольника – колонна B (табл. 2). Каждую отдельную горизонталь отмечаем порядковым номерным числом q. Перечислим только неочевидные теоретико-числовые свойства указанной таблицы.

Таблица 2

Неправильные треугольники Паскаля
[Pascal 's Irregular triangles]

q	колонна – B	колонна – C
6	5 + 6 + 1	1 + 3 + 1
7	6 + 10 + 4	1 + 4 + 3
8	7 + 15 + 10 + 1	1 + 5 + 6 + 1
9	8 + 21 + 20 + 5	1 + 6 + 10 + 4
10	9 + 28 + 35 + 15 + 1	1 + 7 + 15 + 10 + 1
11	10 + 36 + 56 + 35 + 6	1 + 8 + 21 + 20 + 5
12	11 + 45 + 84 + 70 + 21 + 1	1 + 9 + 28 + 35 + 15 + 1
13	12 + 55 + 120 + 126 + 56 + 7	1 + 10 + 36 + 56 + 35 + 6
14	... ...	... ...

Подтвердим, что за каждым порядковым номерным числом q, (табл. 2 – колонна C) закреплено число Фибоначчи. В точности, это последовательная сумма чисел расположенных на отдельных зафиксированных горизонталях: $5, 8, 13, 21, ...; (C_q = C_{q-1} + C_{q-2})$. Соответственно для колонны B, но такой ряд: $12, 20, 33, 54, 88, ...; (B_q = B_{q-1} + B_{q-2} + 1)$. Эти две числовые последовательности равнозначны $(C_q = B_{q-2} + 1)$.

Для того чтобы таблица 2 образовала некое пространство необходимо создать системный блок, который возможно поместить в такое пространство. Поставим задачу найти такой объект, в котором числа можно заменить любым количеством предметов. Для этого воспользуемся крипто-логической системой, которая позволяет в таблицах закодировать разными способами любое количество рядов чисел. Словосочетание «крипто» – это часть сложных слов, указывающая на какое либо скрытое, тайное действие или состояние. Исключая (пропуская) порядковые номерные числа q, оставшиеся и фиксированные горизонтальные ряды чисел, кодируются таким способом (табл. 2 – колонна B): $B_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $B_q(x) = b_1x^{n-1} + b_2x^{n-2} + b_3x^{n-3} + ... + b_n$; Числовое обозначение q – порядковый номер многочлена {*polynomial code*}. Числовое обозначение n – конкретное количество чисел b, размещенных на фиксированных горизонталях.

Необходимый блок примеров: $B_7(x) = 6x^2 + 10x + 4$, $B_8(x) = 7x^3 + 15x^2 + 10x + 1$.

Соответственно (табл. 2 – колонна C): $C_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $C_q(x) = c_1x^{n-1} + c_2x^{n-2} + c_3x^{n-3} + ... + c_n$.

Примеры: $C_{12}(x) = 1x^5 + 9x^4 + 28x^3 + 35x^2 + 15x + 1$, $C_{13}(x) = 1x^5 + 10x^4 + 36x^3 + 56x^2 + 35x + 6$.

Для доказательства некоторых последующих утверждений потребуются такие обобщенные выражения носителей информации:

$$A_q(x) \equiv 0(\bmod q), A'_q(x) \equiv 0(\bmod q), A''_q(x) \equiv 0(\bmod q), \tag{2}$$

$$A_q(x) = a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + a_3x^{n-3} + ... + a_n,$$

$$A'_q(x) = (^1/_1)a_1x^{n-1} + (^1/_2)a_2x^{n-2} + (^1/_3)a_3x^{n-3} + ... + (^1/_n)a_n,$$

$$A''_q(x) = (^1/_1)a_1x^{n-1} + (^1/_3)a_2x^{n-2} + (^1/_5)a_3x^{n-3} + ... + (^1/_{2n-1})a_n.$$

$Dis(A_q)$ – дискриминант многочлена: $A_q(x)$, [8]. $Res(A_q; A_{q-1})$ – результант многочленов: $A_q(x); A_{q-1}(x)$, [8]. Установочное число q – порядковый номер многочлена.

Решить арифметические сравнения многочленов (2), значит найти все значения чисел x, не противоречащих условиям их сосуществования. Тогда два сравнения многочленов (полиномов) или больше, в которых существуют одинаковые значения x, являются эквивалентными или равносильными. Далее, информационная суть такого разъяснения.

Система сравнений полиномов: $B_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $C_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, равносильна (эквивалентна) для всех простых чисел q, [9]. Доказательством этого утверждения является результативная часть исследования положения (1).

Примеры. $B_{11}(x) = 10x^4 + 36x^3 + 56x^2 + 35x + 6 \equiv 0(\bmod 11)$, $C_{11}(x) = 1x^4 + 8x^3 + 21x^2 + 20x + 5 \equiv 0(\bmod 11)$, $x \equiv 1(\bmod 11)$.

Системный блок № 1. В качестве основного исследования укажем на такую систему сравнений: $C_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $C_{2q-1}(x) \equiv 0(\bmod q)$, $C_{3q-2}(x) \equiv 0(\bmod q)$, ... ; $C_{nq-(n-1)}(x) \equiv 0(\bmod q)$. Данный вычислительный блок как система уравнений (сравнений) для всех чисел n и попарно и последовательно — равносильна. Число $|q|$ – простое. Или иначе. Как вычислительный объект, данный системный блок можно разместить в пространстве только тогда, когда порядковый номер фиксированного подобъекта $|q|$ будет (станет) простым числом. Например, первая система: $C_{11}(x) \equiv 0(\bmod 11)$, $C_{21}(x) \equiv 0(\bmod 11)$. Далее, вторая система: $C_{21}(x) \equiv 0(\bmod 11)$, $C_{31}(x) \equiv 0(\bmod 11)$. И так далее.

Открываем системный блок №1, в котором установлен подобъект A (2). В точности: $C_q(x) \equiv 0(\bmod q)$. Рассмотрим этот полином в таком внесистемном виде:

$$C'_q(x) = ({}^1/_1)c_1x^{n-1} + ({}^1/_2)c_2x^{n-2} + ({}^1/_3)c_3x^{n-3} + \ldots + ({}^1/_n)c_n \tag{3}$$

Данный полином имеет все целые числовые коэффициенты только тогда, когда q — простое число. Статус полинома (3) – вычислительная формула №1, предназначенная в явном виде для нахождения всех простых чисел. Данную формулу можно поместить в пространство только тогда, когда порядковым номером ее будет (станет) простым числом. Условие для записи математических формул в компактной и удобной форме — выполнено. Вследствие чего такое утверждение подлежит компьютерной реализации: $c_1 + c_2 + c_3 + \ldots + c_n = k$ – порядковое число Фибоначчи.

Примеры:

$$C_{11}(x) = 1x^4 + 8x^3 + 21x^2 + 20x + 5,$$

$$C'_{11}(x) = ({}^1/_1)x^4 + ({}^8/_2)x^3 + ({}^{21}/_3)x^2 + ({}^{20}/_4)x + ({}^5/_5) = 1x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 5x + 1.$$

$$C_{13}(x) = 1x^5 + 10x^4 + 36x^3 + 56x^2 + 35x + 6,$$

$$C'_{13}(x) = ({}^1/_1)x^5 + ({}^{10}/_2)x^4 + ({}^{36}/_3)x^3 + ({}^{56}/_4)x^2 + ({}^{35}/_5)x + ({}^6/_6) = 1x^5 + 5x^4 + \ldots + 7x + 1.$$

Далее, вычисляемые объекты и взаимосвязь их практических вычислений. Установочные положения (1)-(3) — предмет рассмотрения.

Отправим установку (2) в крипто-логическую систему:

$$2B_q(x) - B_{q-1}(x) = Y_q(x); B_q(x) - B_{q-1}(x) = C_q(x) \tag{4}$$

$Y_q(x) = \pm(2^{q-1} - 1)$; $qC'_q(x) = Y_q(x)$. $\Longleftarrow$. Теоретическая основа для доказательства истинности утверждения (3), для нечетных чисел q.

Подтверждаем прямые взаимоотношения между условно двумерным многочленом и таблицей 2. Раскрываем суть таких отношений на примере $q = 13$, (1). Используем формулу Варинга [10], по которой получаем открытое выражение любой степенной суммы.

$$S_{13} = {f_1}^{13} + f_1{f_2}^6(13x^5 + 65x^4 + 156x^3 + 182x^2 + 91x + 13),$$

$$Y_{13}(x) \equiv 0(\bmod 13), S_{13} = {f_1}^{13} + f_1{f_2}^6(Y_{13}).$$

Открываем систему уравнений и отношений между ними (4), в которой вычислительная формула для всех нечетных чисел q применяется в таком виде:

$$\mathrm{Res}(Y_q; x+4) = \pm(2^{q-1}-1).$$

Примеры. $2B_{13}(x) - B_{12}(x) = Y_{13}(x)$, $Y_{13}(x) = 13x^5 + 65x^4 + 156x^3 + 182x^2 + 91x + 13$; $\mathrm{Res}(Y_{13}; x+4) \equiv 0(\bmod 2^{12}-1)$, $\mathrm{Res}(Y_{105}; x+4) \equiv 0(\bmod 2^{104}-1)$.

Отмечаем, что существование исходного условно двумерного многочлена (1) в пространстве еще надо установить. Краткое доказательство, проведенное в трехмерном пространстве, следует считать такое. Фиксируем составные или простые числа q в две вещественные формулы (4). После этого заносим результативные части в степенную сумму от двух переменных (1) для решения их отношений уже в качестве системы. Напротив, вычислительные коллизии с возможным размещением формулы №2 в другое пространство — отсутствуют.

Другое доказательство истинности утверждения (3) в крипто-логической системе отмечено, *см. далее*, последующий раздел.

Усеченный треугольник Паскаля

Зафиксируем следующее не очевидное утверждение. Треугольник Паскаля состоит из многих частей трехмерного полинома:

$$S_q = {x_1}^q + {x_2}^q + {x_3}^q \equiv 0(\bmod \sigma_1), \tag{5}$$

Пусть $\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3$, $\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$, $\sigma_3 = x_1x_2x_3$.

Создаем условие: $(\sigma_2^3 + x\sigma_3^2) \equiv 0(\mathrm{mod} q)$. Устанавливаем алгоритм поиска решения поставленных задач.

Рассмотрим вновь неправильный треугольник Паскаля (табл. 2 – колонна C). Преобразуем его в другой вид. Предварительно пронумеруем все вертикальные числовые столбики.

Далее, удаляем все столбики под четными номерами. Второй числовой столбик и каждый последующий поднимем вверх на одну полную позицию относительно предыдущей порядковой горизонтали. Образовался новый, теперь уже усеченный неправильный треугольник Паскаля F, (табл. 3 – колонна F).

По факту он является производным от треугольника E, (табл. 3 – колонна E). Также, каждая последовательная горизонталь отмечена порядковым номерным числом q.

Подтвердим, что за порядковыми номерными числами q (табл. 3), закреплены последовательные суммы чисел, размещенные на отдельных зафиксированных горизонталях. Колонна E $\Longrightarrow$ $R_k = \ldots, 28, 49, 86, \ldots$; $(R_k = R_{k-1} + R_{k-2} + R_{k-4})$. Колонна F $\Longrightarrow$ $L_k = \ldots, 12, 21, 37, \ldots$; $(L_k = L_{k-1} + L_{k-2} + L_{k-4})$. Эти две числовые последовательности равнозначны $\{L_k = R_k - R_{k-1}\}$.

Для того чтобы таблица 3 образовала некое трехмерное пространство необходимо создать системный блок, который возможно поместить в такое пространство. Поставим задачу найти такой объект.

Таблица 3

Неправильные усеченные треугольники Паскаля
[Pascal's Irregular truncated triangles]

q	колонна – E	колонна – F
15	7 + 20 + 1	1 + 10 + 1
17	8 + 35 + 6	1 + 15 + 5
19	9 + 56 + 21	1 + 21 + 15
21	10 + 84 + 56 + 1	1 + 28 + 35 + 1
23	11 + 120 + 126 + 8	1 + 36 + 70 + 7
25	12 + 165 + 252 + 36	1 + 45 + 126 + 28
27	13 + 220 + 462 + 120 + 1	1 + 55 + 210 + 84 + 1
29	14 + 286 + 792 + 330 + 10	1 + 66 + 330 + 210 + 9
31	15 + 364 + 1287 + 792 + 55	1 + 78 + 495 + 462 + 45
33	16 + 455 + 2002 + 1716 + 220 + 1	1 + 91 + 715 + 924 + 165 + 1
35	17 + 560 + 3003 + 3432 + 715 + 12	1 + 105 + 1001 + 1716 + 495 + 11
37	18 + 680 + 4368 + 6435 + 2002 + 78	1 + 120 + 1365 + 3003 + 1287 + 66
39	....	....

Метод кодирования горизонтальных рядов чисел данной таблицы такой же, как для предыдущей таблицы 2. Или в точности, например колонна $E \longrightarrow E_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $E_q(x) = e_1x^{n-1} + e_2x^{n-2} + e_3x^{n-3} + \ldots + e_n$. Числовое обозначение q – порядковый номер многочлена. Числовое обозначение n – конкретное количество чисел e, размещенных на фиксированных горизонталях.

Примеры: $E_{19}(x) = 9x^2 + 56x + 21 \equiv 0(\bmod 19)$, $E'_{19}(x) = (^9/_1)x^2 + (^{56}/_2)x + (^{21}/_3) \equiv 0(\bmod 19)$, подобъект A (2).

Вторая колонна $F \longrightarrow F_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $F_q(x) = f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + f_3x^{n-3} + \ldots + f_n$.

Числовое обозначение q – порядковый номер многочлена. Числовое обозначение n – конкретное количество чисел f, размещенных на фиксированных горизонталях.

Примеры: $F_{21}(x) = 1x^3 + 28x^2 + 35x + 1 \equiv 0(\bmod 21)$, $F''_{21}(x) = (^1/_1)x^3 + (^{28}/_3)x^2 + (^{35}/_5)x + (^1/_7) \equiv 0(\bmod 21)$, подобъект A (2).

Рассмотрим теоретико-числовые свойства колонн $E \longrightarrow F$, а также некоторые способы вычислений. Система сравнений полиномов: $E_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $F_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, равносильна (эквивалентна) для всех простых чисел q.

Системный блок №2. В качестве еще одного основного исследования укажем на такую систему сравнений: $F_q(x) \equiv 0(\bmod q)$; $F_{2q-1}(x) \equiv 0(\bmod q)$; ... ; $F_{nq-(n-1)}(x) \equiv 0(\bmod q)$. Данная система для всех чисел n и попарно и последовательно равносильна только тогда, когда q – число простое. Или иначе. Как вещественный объект, данный системный блок можно разместить в трехмерном пространстве только тогда, когда порядковый номер фиксированного подобъекта будет (станет) простым числом.

Открываем системный блок №2, в котором установлен подобъект A (2). В точности: $F_q(x) \equiv 0(\bmod q)$. Рассмотрим этот полином в таком внесистемном виде:

$$F''_q(x) = (^1/_1)f_1x^{n-1} + (^1/_3)f_2x^{n-2} + (^1/_5)f_3x^{n-3} + \ldots + (^1/_{2n-1})f_n. \quad (6)$$

Данный полином имеет все целые числовые коэффициенты только тогда, когда q — простое число. Статус полинома (6) – вычислительная формула №2, предназначенная в явном виде для нахождения всех простых чисел. Эту вычислительную формулу можно поместить в трехмерное пространство только тогда, когда порядковым номером ее будет (станет) простым числом. Вычислительный блок примеров:

$$F_{23}(x)=1x^3+36x^2+70x+7; F''_{23}(x)=({}^1/_1)x^3+({}^{36}/_3)x^2+({}^{70}/_5)x+({}^7/_7)=1x^3+12x^2+14x+1,$$

$$F_{29}(x)=1x^4+66x^3+330x^2+210x+9,$$

$$F''_{29}(x)=({}^1/_1)x^4+({}^{66}/_3)x^3+({}^{330}/_5)x^2+({}^{210}/_7)x+({}^9/_9)=1x^4+22x^3+66x^2+30x+1.$$

Далее, вычисляемые объекты и взаимосвязь их практических вычислений. Установочные положения (5), (6) — предмет рассмотрения.

Отправим установку (2) в крипто-логическую систему:

$$E_q(x)-E_{q-2}(x)=F_q(x), 3E_q(x)-E_{q-2}(x)=G_q(x), qF^n_q(x)=G_q(x). \qquad (7)$$

Подтверждаем прямые взаимоотношения между трехмерным многочленом и таблицей 3. Раскрываем суть таких отношений на примере $q=17$, (5). Используем формулу Варинга, по которой получаем открытое выражение любой степенной суммы. $S_{17}=...-17\sigma_2^7\sigma_3+85\sigma_2^4\sigma_3^3-17\sigma_2\sigma_3^5\equiv 0(\bmod \sigma_1),\ldots; 3E_q(x)-E_{q-2}(x)=G_q(x)$, (7). $3E_{17}(x)-E_{15}(x)=17x^2+85x+17$.

Открываем положение (7), в котором вычислительная формула для всех нечетных чисел q применяется в таком виде: $27\cdot \mathrm{Res}(G_q;4x-27)\equiv 0(\bmod 2^{q-1}-1)$.

Примеры. $3E_{17}(x)-E_{15}(x)=G_{17}(x)=17x^2+85x+17$; $27\cdot \mathrm{Res}(G_{17};4x-27)\equiv 0(\bmod 2^{16}-1)$, $27\cdot \mathrm{Res}(G_{105};4x-27)\equiv 0(\bmod 2^{104}-1)$.

Теоретико-числовые свойства таблиц-колонн $E \longrightarrow F$ — продолжение (2).

Система сравнений двух полиномов и отношения между ними:

$$E'_q(x)\equiv 0(\bmod q); F'_q(x)\equiv 0(\bmod q), \mathrm{Dis}(E'_q;F'_q)\equiv 0(\bmod q). \qquad (8)$$

Система (8) равносильна (эквивалентна) только тогда, когда q – число простое.

Система сравнений двух полиномов и отношения между ними:

$$F_q(x)\equiv 0(\bmod q); F'_q(x)\equiv 0(\bmod q), \mathrm{Dis}(F'_q)\equiv 0(\bmod q). \qquad (9)$$

Система (9) равносильна (эквивалентна) только тогда, когда число q – простое.

Примеры: $F_{23}(x)=1x^3+36x^2+70x+7\equiv 0(\bmod 23)$, $x\equiv 2(\bmod 23)$. $F'_{23}(x)=({}^1/_1)x^3+({}^{36}/_2)x^2+({}^{70}/_3)x+({}^7/_4)\equiv 0(\bmod 23)$, $\mathrm{Dis}(F'_{23})\equiv 0(\bmod 23)$.

Система сравнений двух полиномов и отношения между ними:

$$F_q(x)\equiv 0(\bmod h); F''_q(x)\equiv 0(\bmod h), \mathrm{Dis}(F''_q)\equiv 0(\bmod h) \qquad (10)$$

Система (10) равносильна (эквивалентна) только тогда, когда числа q и h – взаимно простые. Примеры: $F_{19}(x)\equiv 0(\bmod 37); F''_{19}(x)\equiv 0(\bmod 37)$, $\mathrm{Dis}(F''_{19})=37$, $x\equiv 15(\bmod 37)$.

Установлено, что в системных блоках №1, №2 не оказалось пространство-место для подсистем именно для составных чисел. В таких подсистемах, например - (10), способы вычислений для составных и простых чисел — разные!

Вычислительный блок примеров. Если число q – составное, тогда:

$$\mathrm{Res}(F''_q;4x-27)\equiv 0(\bmod 2^{q-1}-1) \tag{11}$$

Если число q – простое, тогда $(a=27q)$:

$$\mathrm{Res}(aF''_q;4x-27)\equiv 0(\bmod 2^{q-1}-1) \tag{12}$$

Примеры: $F''_{33}(x)=({}^{1}/_{1})x^5+({}^{91}/_{3})x^4+({}^{715}/_{5})x^3+({}^{924}/_{7})x^2+({}^{165}/_{9})x+({}^{1}/_{11})$; $4x-27\equiv 0(\bmod 2^{32}-1)$. $(459)F''_{17}(x)=({}^{1}/_{1})x^2+({}^{15}/_{3})x+({}^{5}/_{5})=1x^2+5x+1$; $4x-27\equiv 0(\bmod 2^{16}-1)$.

Далее, способы доказательств некоторых числовых свойств таблицы 3, а также упрощенная схема доказательств основных утверждений. К примеру, устанавливаем конкретную степенную сумму (5), которая распадается на ряд элементарных многочленов. Необходимая результативная часть такого ряда должна образовать арифметическую систему с рекуррентным уравнением (в обобщенном виде – сравнением): $(\sigma_2{}^3+x\sigma_3{}^2)\equiv 0(\mathrm{mod} q)$. Фиксируем вычислительный блок уравнений и сравнений: $E_q(x)-E_{q-2}(x)=F_q(x)$, (7). $3E_q(x)-E_{q-2}(x)=G_q(x)$, $\Longleftarrow S_q=...\hat{+}a$; $a=G_q$, (7). $(4\sigma_2{}^3+27\sigma_3{}^2)\equiv 0(\bmod 2^{q-1}-1)$, (11), (12).

Раскрываем способ доказательства «от противного» некоторых особых свойств усеченного треугольника Паскаля по отдельным позициям [11]. Например, подробно проведем исследование такой позиции. Предположим, что для какого-то неопределенного многочлена (6), существует конкретное сравнение: $F''_q(x)\equiv 0(\bmod q)$, порядковое число q – простое. Вследствие чего системы сравнений полиномов и отношения между ними (9)–(10), станут равносильными (эквивалентными). Или в точности (2): $F_q(x)\equiv 0(\bmod q)$, $F'_q(x)\equiv 0(\bmod q)$;$\mathrm{Dis}(F'_q)\equiv 0(\bmod q)$, $F''_q(x)\equiv 0(\bmod q)$;$\mathrm{Dis}(F''_q)\equiv 0(\bmod q)$. В данном случае, после несложных вычислений [12], извлекается невозможное утверждение: $\mathrm{Dis}(F_q)\equiv 0(\bmod q)$. Невозможность такого числового сравнения заключается в том, что тогда иметь место будут такие последующие арифметические действия: $E_q(x)-E_{q-2}(x)=F_q(x)$, — $\mathrm{Dis}(F_q)\equiv 0(\mathrm{mod} q)$; $3E_q(x)-E_{q-2}(x)=a$, $\Longleftarrow$ $S_q(x)=...\hat{+}a$, — $\mathrm{Dis}(a)\equiv 0(\mathrm{mod} q)$ (7); $\mathrm{Dis}(E_q)\equiv 0(\mathrm{mod} q)$. Теперь по факту станут попарно и непоследовательно равносильны все такие ряды арифметических систем: $E'_q(x)\equiv 0(\bmod q)$, $E''_q(x)\equiv 0(\bmod q)$, $E'''_q(x)\equiv 0(\bmod q)$, $\mathrm{Dis}(E'_q;E''_q;E'''_q)\equiv 0(\bmod q)$; $\Longrightarrow$ $E'''_q(x)=({}^{1}/_{1})a_1x^{n-1}+({}^{1}/_{4})a_2x^{n-2}+({}^{1}/_{7})a_3x^{n-3}+...+({}^{1}/_{3n-2})a_n$.

Такие результаты быть не могут, так как противоречат установкам (7), (8). Вследствие чего и в точности, если число q – простое, тогда многочлен:

$$F''_q(x)\not\equiv 0(\bmod q) \tag{13}$$

Предположим вновь, что в равносильной системе сравнений (9) имеется конкретное утверждение: $F'_q(x)\equiv 0(\bmod q)$, число q – является составным. Тогда системы сравнений полиномов и отношения между ними (9), (10), снова станут равносильными. Невозможность этого варианта подтверждено вышеуказанными рассуждениями. Стало быть, в таком виде взаимосвязь между этими сравнениями невозможна.

Статус полинома (6) – вычислительная формула №2. Доказательством истинности такого утверждения, является установочное положение (7), при котором двойная система сравнений (11), (12), неравносильна без поставленного условия: $a = 27q$. Или в точности, многочлен: $F''_q(x) \not\equiv 0(\mathrm{mod}\, q)$, если число q – простое, (13). Иное, альтернативное доказательство данной формулы следует считать такое. Двойная система сравнений полиномов (9)-(10) является неравносильной.

Крипто-логическая система — схема одного способа доказательства

Дополнительное исследование в крипто-логической системе степенной суммы (5), дало другое доказательство формулы № 2. Принимается условие $(q \triangleright 13)$ – нечетное число, $(\sigma_2^3 + x\sigma_3^2) \equiv 0(\mathrm{mod}\, q)$. Устанавливаем обобщенное выражение носителя информации (6).

Покажем указанную степенную сумму без упоминания бинома Ньютона и других подобных искусственных числовых конструкций, а при помощи только приложения (6). В такой естественной позиции обнаружим два варианта упрощенного написания (выражения) этой суммы.

Вариант 1. $\Longrightarrow \quad (^1/_q)S_q = ...\hat{+}\, F''_q$. Пример первого варианта $q = 37$:

$$S_{37}(x) = ...\hat{+}\, 37(x^5 + 40x^4 + 273x^3 + 429x^2 + 143x + 6) \equiv 0(\mathrm{mod}\, 37),$$

$$(^1/_{37})S_{37}(x) = ...\hat{+}\, (x^5 + 40x^4 + 273x^3 + 429x^2 + 143x + 6),$$

$$(^1/_1)x^5 + (^{120}/_3)x^4 + (^{1365}/_5)x^3 + (^{3003}/_7)x^2 + (^{1287}/_9)x + (^{66}/_{11}) =$$

$$= F''_{37}(x); \longrightarrow (^1/_{37})S_{37} = ...\hat{+}\, F''_{37}.$$

Вариант 2. $\Longrightarrow \quad S_q = ...\hat{+}\, q(F''_q)$. Пример второго варианта $q = 33$:

$$S_{33}(x) = ...\hat{+}\, 33x^5 + 1001x^4 + 4719x^3 + 4356x^2 + 615x + 3 \equiv 0(\mathrm{mod}\, 33);$$

$$(^1/_1)x^5 + (^{91}/_3)x^4 + (^{715}/_5)x^3 + (^{924}/_7)x^2 + (^{165}/_9)x + (^1/_{11}) = F''_{33}(x); \longrightarrow S_{33} = ...\hat{+}\, 33(F''_{33}).$$

Проверка на истинность поставленной задачи.

В одних случаях, например *Вариант 1*, зафиксированный порядковый номер q степенной суммы (5), повторно появляется в левой части формулы. В других случаях, например, *Вариант 2*, такое не происходит. Поставленная задача нахождение указанной степенной суммы в целых числах подтвердила истинность следующего утверждения. Полином (6) имеет все целые числовые коэффициенты только тогда, когда q – число простое. Следовательно, только один из вариантов формулы №2, возможно разместить в трехмерном пространстве, заменяя числа вещественными предметами.

Краткое доказательство формулы №1. Исходная степенная сумма и приложения к этой сумме (1)-(4) следует считать такими. $S_q = {f_1}^q + f_1{f_2}^t(Y_q)$; $\Longrightarrow$ $2t = q - 1$; $\Longrightarrow$ (q) – нечетное число, $f_1^2 + xf_2 \equiv 0(\mathrm{mod}\ q)$. Далее, используется порядок рассуждений, который применялся при доказательстве формулы №2 в крипто-логической системе.

Заключение

Все выносные *системы* сравнений для всех простых чисел q*восстановимы* в трехмерном пространстве. Напротив, для всех составных чисел — нет. Авторское подтверждение такое. Схожих утверждений как (3), (6) нет в таком малом энциклопедическом издании – [13]. Также, современное состояние в теоретической части предложенной проблематики, нет сведений – [14].

Список литературы

1. Маркушевич А. И. *Возвратные последовательности.* М.: Наука, 1983. 48 с.
2. Sigler L. *Fibonacci's Liber Abaci, Leonardo Pisano's Book of Calculations.* N-Y: Springer, 2002.
3. Щербань В. Л. Почему окружающее нас пространство именно трехмерно, *Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки*, 2020. № 1, С. 97–112.
4. Kaplan R. The Nothing That Is / *A Natural History of Zero*, Oxford Univ. Press, 2000, pp. 4–14.
5. Успенский В. А. *Треугольник Паскаля.* М.: Наука, 1979. 47 с.
6. Прасолов В.В. *Многочлены.* М.: МЦНМО, 2001. 336 с.
7. Авдошин С. М., Набебин А. А. Дискретная математика / *Модулярная алгебра, криптография, кодирование.* М., ДМК Пресс, 2017, С. 49–51.
8. Винберг Э. Б. *Алгебра многочленов.* М.: Просвещение, 1980.
9. Воронин С. М. *Простые числа.* М.: Знание, 1978. 96 с.
10. Болтянский В. Г., Виленкин Н. Я. *Симметрия в алгебре.* М.: МЦНМО, 2002.
11. *Способ доказательства для математики, где существует много суждений, которые не могут быть доказаны по-другому. https://ru.wikipedia.org/wiki/Доказательство_от_противного* (Дата обращения: 07.02.2022).
12. Щербань В.Л. Как из треугольника Паскаля извлечь бесконечный ряд степенных сумм от многих переменных и арифметических систем, сравниваемых по модулю простого числа, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2022. Т. 39, № 2, С. 222- 236 DOI: 10.26117/2079-6641-2022-39-2-222-236.
13. Ayoub R. G. *An introduction to the analytic theory of numbers*, vol. 10. USA: American Mathematical Society, 1963. 379 pp.
14. *Итоги науки и техники. Серия "Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры".*, Math-net.ru архив `http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=into&wshow=details&option_lang=rus` (дата обращения: 07. 02. 2022).

Информация об авторе

Щербань Виктор Леонидович – Заведующий учебной частью, АНО «Центр дополнительного математического образования г. Курган, Россия, ORCID 0000-0002-5631-9681.

References

[1] Markushevich A. I. Vozvratnyye posledovatel'nosti [Return Sequences], Moscow, Nauka, 1983, 48 (In Russian).

[2] Sigler L. Fibonacci's Liber Abaci, Leonardo Pisano's Book of Calculations, N-Y, Springer, 2002.

[3] Shcherban' V. L. Pochemu okruzhayushcheye nas prostranstvo imenno trekhmerno, Vestnik Baltiyskogo federal'nogo universiteta im. I. Kanta. Ser. Fiziko-matematicheskiye i tekhnicheskiye nauki, 2020, 1, 97–112 (In Russian).

[4] Kaplan R. The Nothing That Is. A Natural History of Zero: Oxford Univ. Press, 2000, 4–14.

[5] Uspenskiy V. A. Treugol'nik Paskalya [Pascal's triangle]. Moscow, Nauka, 1979, 47 (In Russian).

[6] Prasolov V.V. Mnogochleny [Polynomials]. Moscow, MTsNMO, 2001, 336 (In Russian).

[7] Avdoshin S. M., Nabebin A. A. Diskretnaya matematika. Modulyarnaya algebra, kriptografiya, kodirovaniye [Discrete Math. Modular algebra, cryptography, coding.]. Moscow, DMK Press, 2017, 49–51 (In Russian).

[8] Vinberg E. B. Algebra mnogochlenov [Algebra of polynomials]. Moscow, Prosveshcheniye, 1980, 43–60 (In Russian).

[9] Voronin S. M. Prostyye chisla [Prime numbers], Moscow, Znaniye, 1978, 96 (In Russian).

[10] Boltyanskiy V. G., Vilenkin N. YA. Simmetriya v algebre [Symmetry in algebra], Moscow, MTsNMO, 2002, 53–55 (In Russian).

[11] A method of proof for mathematics where there are many propositions that cannot be proven otherwise. https://ru.wikipedia.org/wiki/Proof_by_contrary(Accessed: 02/07/2022) (In Russian).

[12] Shcherban' V. L. How to take from Pascal's triangle an infinite series of power sums from many variables and arithmetic systems compared modulo a prime number. Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2022, 39: 2, 222–236. DOI: 10.26117/2079-6641-2022-39-2-222-236 (In Russian).

[13] Ayoub R. G. An introduction to the analytic theory of numbers. Vol. 10. American Mathematical Society, USA, 1963, 379.

[14] Results of science and technology. Series "Modern mathematics and its applications. Thematic reviews".Math-net.ru archive `http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=into&wshow=details&option_lang=eng` (accessed 07.02.2022) (In Russian).

Information about author

Scherban' Victor Leonidovich – Head of the educational Department, Center for Additional Mathematical Education, Kurgan, Russia, ORCID 0000-0002-5631-9681.