УДК 519 Научная статья

Моделирование и анализ данных foF2 с использованием нейронных сетей NARX и вейвлетов

О.В. Мандрикова, Ю.А. Полозов

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Паратунка, ул. Мирная 7, Россия E-mail: up agent@mail.ru

Необходимость обнаружения аномалий имеет особую актуальность в задачах геофизического мониторинга, требует обеспечения точности и оперативности метода. В работе предлагается подход на основе нейронных сетей NARX для задачи моделирования данных foF2 и обнаружения в них аномалий. Известно, что нейронные сети трудно моделируют сильно зашумленные и существенно нестационарные временные ряды. Поэтому оптимизация процесса моделирования временных рядов сложной структуры сетью NARX выполнялась с использованием вейвлет-фильтрации. На примере обработки временных рядов параметров ионосферы показана эффективность предлагаемого подхода, приведены результаты для задачи обнаружения ионосферных аномалий. Подход может быть применен при выполнении прогноза космической погоды для прогнозирования параметров ионосферы.

Ключевые слова: моделирование временных рядов; вейвлеты; нейронные сети NARX; ионосферные параметры.

OI: 10.26117/2079-6641-2022-41-4-137-146

Поступила в редакцию: 01.12.2022 В окончательном варианте: 06.12.2022

Для цитирования. Мандрикова О.В., Полозов Ю.А. Моделирование и анализ данных foF2 с использованием нейронных сетей NARX и вейвлетов // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2022. Т.41. № 4. С. 137-146. © DOI: 10.26117/2079-6641-2022-41-4-137-146

Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

© Мандрикова О.В., Полозов Ю.А., 2022

Финансирование. Работа выполнена в рамках ГЗ «Физические процессы в системе ближнего космоса и геосфер при солнечных и литосферных воздействиях». Регистрационный номер: AAAA-A21-121011290003-0. В работе использовалось оборудование Центра коллективного пользования «Северо-восточный гелиогеофизический центр» СКР 558279.

Введение

Моделирование и анализ временных рядов составляют важную фундаментальную основу для изучения процессов и явлений разной природы. Отдельный класс задач анализа временных рядов направлен на диагностику состояний объектов и обнаружение аномалий. Особую актуальность такие задачи имеют в области геофизического мониторинга – обнаружение аномалий в геологической среде [1], околоземном пространстве [2], предсказания цунами [3], землетрясений [4] и других катастрофических явлений природы. Наиболее важными требованиями таких методов являются точность, оперативность получения ответа, а также способность к адаптации, для возможности регистрации быстрых нестационарных изменений состояния системы или объекта.

Временные ряды природных данных имеют сложную структуру, что затрудняет процесс построения моделей и методов анализа. В приложениях всё чаще используют гибридные подходы, основанные на комбинации детерминистских и стохастических методов с применением элементов машинного обучения [2, 5]. Они позволяют повысить качество процедуры анализа сложных данных.

Нейросетевые методы в настоящее время получают широкое применение в разных областях знаний [2, 5, 6]. Но следует отметить, что эффективность нейронных сетей (НС) зависит от свойств обучающих данных и их репрезентативности. В частности, эффективность НС существенно понижается при сильно зашумленных и существенно нестационарных данных. Поэтому применение НС, в большинстве случаев, для оптимального результата требует предобработки данных (понижение уровня шума, удаление трендов, сезонности и др.) [7, 8, 9]. В этом случае комбинация с разными методами позволяет преодолеть проблемы в приложениях НС.

В данной работе рассматривается архитектура рекуррентной сети со встроенной памятью – «Процесс нелинейной авторегрессионной модели с экзогенным вводом» (NARX) [7, 8, 9]. К очевидным преимуществам регрессионных моделей относится их математическая обоснованность, формализованная методика идентификации модели и её проверки на адекватность. Кроме того, преимуществом сетей NARX с градиентным алгоритмом обучения является их быстрая сходимость и хорошие способности к обобщению [9].

В работе предлагается оптимизация процесса моделирования данных сетью NARX с использованием вейвлет-фильтрации [10]. Предлагаемая процедура вейвлет-фильтрации позволяет понизить уровень шума и повышает эффективность сети NARX. Вейвлет-фильтрация выполняется на основе конструкции вейвлет-пакетов с использованием стохастических порогов. В статье рассматривается схема реализации подхода для задачи обнаружения аномалий в природных данных.

В работе используются временные ряды ионосферных параметров (критическая частота ионосферного слоя F2, foF2). Ионосферные временные ряды имеют регулярный ход, а также аномалии разной формы и временной протяженности, которые наблюдаются во время повышенной солнечной и геомагнитной активности [11]. Обнаружение ионосферных аномалий важно в различных аспектах жизни –

функционирование космических аппаратов, работа радиосвязи, систем навигации и др. В статье показано, что применение процедуры вейвлет-фильтрации позволяет получить более точную модель NARX временного хода параметров ионосферы. На примере анализа данных в периоды магнитных бурь показана возможность применения метода для обнаружения аномалий в задачах космической погоды.

Описание метода

Применение вейвлет-преобразования и пороговой функции

Для повышения качества процедуры анализа природных данных на основе нейронных сетей, следуя работам [12, 13], применены операции подавления шума. Алгоритм подавления шума следующий:

1. Вейвлет-разложение сигнала $f_0(t)$ на компоненты:

$$f_0(t) = \sum_{j=-1}^{-m} g_j(t) + f_{-m}(t),$$

где $f_{-m}(t) = \sum_k c_{-m,k} \varphi_{-m,k}(t)$ — сглаженная компонента, $c_{-m,k} = \langle f_0, \varphi_{-m,k} \rangle$, $\varphi_{-m,k}(t) = 2^{-m/2} \varphi(2^{-m}t-k)$ — скейлинг-функция, $g_j(t) = \sum_k d_{j,k} \Psi_{j,k}(t)$ — детализирующие компоненты, $d_{j,k} = \langle f_0, \Psi_{j,k} \rangle$, $\Psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \Psi(2^j t-k)$ — вейвлет, j — уровень разложения, для исходного сигнала предполагается уровень разложения j=0.

2. Применение пороговой функции к коэффициентам компонент $g_i(t)$:

$$\mathsf{T}(d_{j,k}) = egin{cases} 0, \ \mathsf{если} \ |d_{j,k}| \leq \mathsf{T}_j \ d_{j,k}, \ \mathsf{если} \ |d_{j,k}| > \mathsf{T}_j \end{cases}$$
 ,

где $T_j=t_{1-\frac{\alpha}{2},N-1}\hat{\sigma}_j,\ t_{\alpha,N}-\alpha$ -квантили распределения Стьюдента, $\hat{\sigma}_j$ – выборочное стандартное отклонение, уровни разложения $j=\overline{-1,-m}$.

3. Вейвлет-восстанавление сигнала:

$$\widetilde{f_0}(t) = \sum_{j,k} T(d_{j,k}) \Psi_{j,k}(t) + f_{-m}(t).$$

Определение порогов T_j как $T_j=t_{1-\frac{\alpha}{2},N-1}\widehat{\sigma}_j,$ где $t_{\alpha,N}-\alpha$ -квантили распределения Стьюдента.

Применение нейронных сетей NARX

После вейвлет-фильтрации сигнал \tilde{f} аппроксимируется нейронной сетью NARX [7]. Согласно архитектуре сети NARX PA, вход сети есть $\tilde{f_0}(t)$, выход – $\hat{f_0}(t+1)$ т.е. сеть выполняет упреждение данных на один шаг вперед. Использовались сети NARX с обратными связями [7]. Входные векторы для скрытого слоя являются блоками временных линий задержки. Значение выхода нейронной сети $\hat{f_0}(t+1)$ имеет вид:

$$\widehat{f_0}(t+1) = F[\widetilde{f_0}(t), \widetilde{f_0}(t-1), ..., \widetilde{f_0}(t-l_x), \widehat{f_0}(t), \widehat{f_0}(t-1), ..., \widehat{f_0}(t-l_y)], \tag{1}$$

где $F(\cdot)$ - функция отображения нейронной сети.

В выражении (1) представлен аналитический вид для архитектуры NARX PA. Количество линий задержки входа и выхода $l_x = l_y$ позволяет регулировать глубину ретроспективного анализа.

Результаты применения метода для данных ионосферы

В исследовании использовались данные критической частоты ионосферного слоя F2 (foF2) за 1969 – 2015 гг., регистрацию данных выполняет с 1968 г. по настоящее время ИКИР ДВО РАН (станция Паратунка, Камчатский край, Россия). В соответствии с предлагаемым методом, входные и эталонные значения НС получены после процедуры вейвлет-фильтрации. При выполнении операций вейвлет-фильтрации использовались ортонормированные вейвлеты Добеши порядка 3 [10], которые были определены путем минимизации ошибки аппроксимации данных foF2. Для оценки метода также НС были обучены с использованием исходных данных foF2, без применения вейвлет-фильтрации.

При формировании обучающих и контрольных выборок НС учитывалась зависимость временного хода данных foF2 от сезона и уровня солнечной активности. Поэтому построение НС выполнялось отдельно для разных сезонов и разных уровней солнечной активности. Рассматривались два периода солнечной активности — период высокой активности Солнца и период низкой активности Солнца (уровень солнечной активности оценивался по среднемесячным значениям радиоизлучения на длине волны f10.7). С целью получения моделей NARX, описывающих регулярный временной ход данных foF2, в обучении использовались данные за периоды спокойной ионосферы. Для каждой НС обучающие выборки содержали один вектор длинной от 2000 до 4000 отсчетов. Выло построено 24 сети.

При построении НС использовались линии задержки входа и выхода $\mathfrak{l}_{\tilde{\mathfrak{f}}}=\mathfrak{l}_{\hat{\mathfrak{f}}}=2$, $\mathfrak{l}_{\tilde{\mathfrak{f}}}=\mathfrak{l}_{\hat{\mathfrak{f}}}=5$. Значения параметров $\mathfrak{l}_{\tilde{\mathfrak{f}}}$ и $\mathfrak{l}_{\hat{\mathfrak{f}}}$ были определены в соответствии с результатами исследования [14]. В работе [14] для определения порядка ARIMA моделей ряда foF2 исследовались автокорреляционная функция (АКФ) и частная автокорреляционная функция (ЧАКФ). Показано [14], что после вейвлетфильтрации и взятия первых разностей модели AP ряда foF2 имеют порядки 2 и 3, в зависимости от сезона и уровня солнечной активности. Но следует отметить, что в общем случае вопрос определения параметров $\mathfrak{l}_{\tilde{\mathfrak{f}}}$ и $\mathfrak{l}_{\hat{\mathfrak{f}}}$ является важным и требует дополнительных исследований. Качество модели NARX существенно зависит от размера встроенной памяти ввода и вывода.

Выбор внутренней архитектуры HC основывался на оценках ошибок HC. Среднеквадратические отклонения ошибок (STD) сетей определялись как

STD =
$$\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (e_i - \hat{e})^2}$$
,

где
$$\hat{e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} e_i, \ e_i = \hat{f_0}(i) - \widetilde{f_0}(i).$$

17.07 (д)

18.07

19.07

20.07

-100 14.07

15.07

16.07

17.07 (K)

19.07

15.07

16.07

МΓц 14.07 15.07 19.07 1 14.07 16.07 ^{17.07} (a) 15.07 17.07 (e) 19.07 18.07 16.07 18.07 20.07 МГц 6 МΓц (2) (7) (6) (ж) МГц ₆ МГц 6 (3) (8) (3) МГц 6 МГц 6 (4) (9) (и) нТл (5) (10)-50 -50

Результаты работы полученных HC на данных foF2 показаны ниже.

Рис. 1. Результаты обработки данных за период 14-19 июля 2017 года. (a),(e) – исходные данные foF2 (темным) и медиана foF2 (зеленым); (б) - (г) – ошибки HC с задержками 2, 3 и 5, соответственно, полученные без применения вейвлетфильтрации; (ж) - (и) – ошибки с задержками 2, 3 и 5, соответственно, полученные с применением вейвлет-фильтрации; (д),(к) – DST. Красный пунктир – начало магнитной бури

[Figure 1. Results of data processing for the period 14–19 July 2017. (1),(6) foF2 initial data (black) and foF2 median (green); (2)–(4) NN errors with delays 2, 3, and 5, respectively, obtained without wavelet filtering; (7)-(9) errors with delays 2, 3, and 5, respectively, obtained with wavelet filtering; (5),(10) DST. Red dashed line is the magnetic storm beginning.]

На рис. 1 представлены результаты работы НС в период умеренной магнитной бури 16-17 июля 2017 г. Момент начала магнитной бури отмечен на рис. 1 красным пунктиром. Для анализа уровня геомагнитной активности на рис. 1д показаны значения DST индекса геомагнитной активности. Во время наиболее сильных геомагнитных возмущений 16 июля 2017 года DST индекс достиг минимума в -72 нТл (рис. 1д). Анализ данных foF2 (рисунок 1а) показывает незначительные изменения амплитуды флуктуаций во время магнитной бури, что обусловлено возникновением ионосферных возмущений. Данные медианных значений (отмечены пунктиром на рисунке 1а,е) также подтверждают наличие аномалии в ионосфере в период магнитной бури. Результаты обработки (рис. 16-г,ж-и) показывают существенное возрастание ошибок НС во время наиболее сильных геомагнитных возмущений, что свидетельствует об аномальных изменениях в данных. Сопоставление результатов НС, обученных на исходных данных (рис. 16-г), с результатами НС, полученными после вейвлет-фильтрации (рис. 1ж-и), подтверждает существенное повышение качества НС при использовании вейвлет-фильтрации. Ошибки НС, обученных после

процедуры вейвлет-фильтрации, близки к нулю. В векторе ошибок НС, обученных на исходных данных, наблюдается наличие колебательного процесса, очевидно, связанного с суточным ходом foF2. Результат подтверждает эффективность предлагаемой процедуры вейвлет-фильтрации для повышения качества работы NARX при моделировании нестационарных и зашумленных данных.

Сравнивая результаты HC с разным количеством линий задержки имеем, что для линий задержки $l_{\hat{f}} = l_{\hat{f}} = 5$ (рис. 1и) аномальные изменения детектируются на более длительном интервале, что согласуется с полученными медианными значениями foF2 (пунктир на рис. 1a,e). Сопоставление результатов NARX с медианным методом показывает более высокую эффективность HC. Вследствие существенной нестационарности временного хода данных foF2 во время магнитной бури, в расчетах медианных значений возникли погрешности в период после бури 18 июля 2017 г., которые отсутствуют в модели HC.

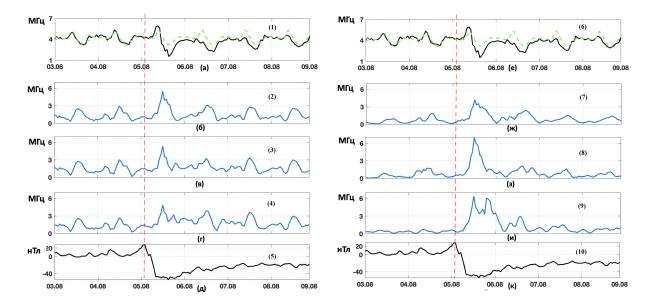


Рис. 2. Результаты обработки данных за период 03 – 08 августа 2019 года. (а),(е) – исходные данные foF2 (темным) и медиана foF2 (зеленым); (б) - (г) – ошибки HC с задержками 2, 3 и 5, соответственно, полученные без применения вейвлетфильтрации; (ж) - (и) – ошибки с задержками 2, 3 и 5, соответственно, полученные с применением вейвлет-фильтрации; (д),(и) – DST. Красный пунктир – начало магнитной бури

[Figure 2. Results of data processing for the period 3–8 August 2019. (1), (6) foF2 initial data (black) and foF2 median (green); (2)–(4) NN errors with delays 2, 3, and 5, respectively, obtained without wavelet filtering; (7)–(9) errors with delays 2, 3, and 5, respectively, obtained with wavelet filtering; (5),(10) DST. Red dashed line is the magnetic storm beginning.]

На рис. 2 показаны результаты обработки данных в период слабой магнитной бури 5-6 августа 2019 г. Начало бури указано красной вертикальной линией (рис. 2). Результаты на рис. 2 аналогичны результатам, представленным выше для со-

бытия 16-17 июля 2017 г. Оцененные медианные значения (рис. 2а) показывают длительные изменения во временном ходе данных foF2 во время магнитной бури. Анализ ошибок HC также показывает их рост в период события, что говорит о возникновение аномалий в ионосфере. Сравнение результатов работы HC без вейвлет-фильтрации (рис. 26-г) и с вейвлет-фильтрацией (рис. 2ж-и) показывает, аналогично результатам события 16-17 июля 2017 г., значительное уменьшение ошибок HC на основе предложенного в работе подхода. Наилучшие результаты показывает HC с линиями задержки $\mathfrak{l}_{\tilde{f}} = \mathfrak{l}_{\hat{f}} = \mathfrak{f}$ (рис. 2и), которая имеет наименьшие ошибки и четко детектирует аномальный период в ионосферных данных.

Заключение

Применение метода показало его эффективность в задаче анализа ионосферных данных и обнаружения аномалий. Операции вейвлет-фильтрации позволяют существенно повысить качество работы нейронных сетей NARX. На примере магнитных бурь, произошедших 16 – 17 июля 2017 г. и 5-6 августа 2019 г., подтверждена возможность метода для обнаружения ионосферных аномалий по данным foF2 во время магнитосферных возмущений. Сравнение сети NARX с медианным методом, традиционно используемым для анализа ионосферных данных, показало эффективность НС. Метод может быть применен для мониторинга состояния ионосферы при выполнении прогноза космической погоды.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

Список литературы

- 1. Alperovich L., Eppelbaum L., Zheludev V., Dumoulin J., Soldovieri F., Proto M., Bavusi M., Loperte A. A New Combined Wavelet Methodology: Implementation to GPR and ERT Data Obtained in the Montagnole Experiment, *J. Geophys. Eng.*, 2013. vol. 10, pp. 025017 DOI: 10.1088/1742-2132/10/2/025017.
- 2. Tang R., Zeng F., Chen Z., Wang J.-S., Huang C.-M., Wu Z. The Comparison of Predicting Storm-Time Ionospheric TEC by Three Methods: ARIMA, LSTM, and Seq2Seq, *Atmosphere*, 2020. vol. 11, pp. 316 DOI: 10.3390/atmos11040316.
- 3. Kim S.-K., Lee E., Park J., Shin S. TFeasibility Analysis of GNSS-Reflectometry for Monitoring Coastal Hazards, *Remote Sensing*, 2021. vol. 13, pp. 976 DOI: 10.3390/rs13050976.
- 4. Perol T., Gharbi M., Denolle M. Convolutional Neural Network for Earthquake Detection and Location, Sci. Adv., 2018. vol. 4, pp. e1700578 DOI: 10.1126/sciadv.1700578.
- 5. Pavlicko M., Vojteková M., Blažeková O. Forecasting of Electrical Energy Consumption in Slovakia, *Mathematics*, 2022. vol. 10, pp. 577 DOI: 10.3390/math10040577.
- 6. Ma Q., Liu S., Fan X., Chai C., Wang Y., Yang K. A Time Series Prediction Model of Foundation Pit Deformation Based on Empirical Wavelet Transform and NARX Network, *Mathematics*, 2020. vol. 8, pp. 1535 DOI: 10.3390/math8091535.
- 7. Haykin S. Neural Networks: A Comprehensive Foundation, 2nd ed.. N.J.: Prentice Hall, 1999.842 pp.
- 8. Diaconescu E. The use of NARX neural networks to predict chaotic time series, WSEAS Trans. Comp. Res., 2008. vol. 3, pp. 182–191.

- 9. Gao Y., Er M.J. NARMAX Time Series Model Prediction: Feedforward and Recurrent Fuzzy Neural Network Approaches, *Fuzzy Sets and Systems*, 2005. vol. 150, pp. 331–350 DOI: 10.1016/j.fss.2004.09.015.
- 10. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing. San Diego: Academic Press, 1999.620 pp.
- 11. Danilov A.D. Ionospheric F-Region Response to Geomagnetic Disturbances, *Advances in Space Research*, 2013. vol. 52, pp. 343–366 DOI: 10.1016/j.asr.2013.04.019.
- 12. Mandrikova O., Mandrikova, B. Method of wavelet-decomposition to research cosmic ray variations: Application in space weather, *Symmetry*, 2021. vol. 13, no. 12, pp. 2313 DOI: 10.3390/sym13122313.
- 13. Mandrikova O., Mandrikova, B. Hybrid method for detecting anomalies in cosmic ray variations using neural networks autoencoder, *Symmetry*, 2022. vol. 14, no. 4, pp. 744 DOI: 10.3390/sym14040744.
- 14. Mandrikova O., Fetisova N., Polozov Y. Hybrid model for time series of complex structure with ARIMA components, *Mathematics*, 2021. vol. 9, no. 10, pp. 1122 DOI: 10.3390/math9101122.



Мандрикова Оксана Викторовна № — доктор технических наук, профессор, зав. лабораторией Системного анализа, ИКИР ДВО РАН, Россия, © ORCID 0000-0002-6172-1827.



Полозов Юрий Александрович
— кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории Системного анализа, ИКИР ДВО РАН, Россия,

© ORCID 0000-0001-6960-8784.

MSC 62C12 Research Article

Modeling and analysis of foF2 data using NARX neural networks and wavelets

O. V. Mandrikova, Y. A. Polozov

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS 684034, Paratunka, Russia

E-mail: up agent@mail.ru

The need to detect anomalies is of particular relevance in the problems of geophysical monitoring, it requires ensuring the accuracy and efficiency of the method. The paper proposes an approach based on NARX neural networks for the problem of modeling foF2 data and detecting anomalies in them. It is known that neural networks are difficult to model highly noisy and essentially non-stationary time series. Therefore, the optimization of the process of modeling time series of a complex structure by the NARX network was performed using wavelet filtering. Using the example of processing time series of ionospheric parameters, the effectiveness of the proposed approach is shown, and the results for the problem of detecting ionospheric anomalies are presented. The approach can be applied when performing a space weather forecast to predict the parameters of the ionosphere.

Key words: time series model; wavelet transform; neural network NARX; ionospheric parameters.

ODI: 10.26117/2079-6641-2022-41-4-137-146

Original article submitted: 01.12.2022 Revision submitted: 06.12.2022

For citation. Mandrikova O. V., Polozov Y. A. Modeling and analysis of foF2 data using NARX neural networks and wavelets. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2022, 41: 4, 137-146. © DOI: 10.26117/2079-6641-2022-41-4-137-146

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

© Mandrikova O. V., Polozov Y. A., 2022

Funding. The work was carried out according to the Subject AAAA-A21-121011290003-0 "Physical pro-cesses in the system of near space and geospheres under solar and lithospheric influences" IKIR FEB RAS. The work was realized by the means of the Common Use Center "North-Eastern Heli-ogeophysical Center" CKP 558279, USU 351757.

References

- [1] Alperovich L., Eppelbaum L., Zheludev V., Dumoulin J., Soldovieri F., Proto M., Bavusi M., Loperte A. A New Combined Wavelet Methodology: Implementation to GPR and ERT Data Obtained in the Montagnole Experiment, J. Geophys. Eng., 2013, 10, 025017 DOI: 10.1088/1742-2132/10/2/025017.
- [2] Tang R., Zeng F., Chen Z., Wang J.-S., Huang C.-M., Wu Z. The Comparison of Predicting StormTime Ionospheric TEC by Three Methods: ARIMA, LSTM, and Seq2Seq, Atmosphere, 2020, 11, 316 DOI: 10.3390/atmos11040316.
- [3] Kim S.-K., Lee E., Park J., Shin S. TFeasibility Analysis of GNSS-Reflectometry for Monitoring Coastal Hazards, Remote Sensing, 2021, 13, 976 DOI: 10.3390/rs13050976.
- [4] Perol T., Gharbi M., Denolle M. Convolutional Neural Network for Earthquake Detection and Location, Sci. Adv., 2018, 4, e1700578 DOI: 10.1126/sciadv.1700578.
- [5] Pavlicko M., Vojtekov´a M., Blaˇzekov´a O. Forecasting of Electrical Energy Consumption in Slovakia, Mathematics, 2022, 10, 577 DOI: 10.3390/math10040577.
- [6] Ma Q., Liu S., Fan X., Chai C., Wang Y., Yang K. A Time Series Prediction Model of Foundation Pit Deformation Based on Empirical Wavelet Transform and NARX Network, Mathematics, 2020, 8, 1535 DOI: 10.3390/math8091535.
- [7] Haykin S. Neural Networks: A Comprehensive Foundation, 2nd ed. N.J., Prentice Hall, 1999. 842.
- [8] Diaconescu E. The use of NARX neural networks to predict chaotic time series, WSEAS Trans. Comp. Res., 2008, 3, 182–191.
- [9] Gao Y., Er M.J. NARMAX Time Series Model Prediction: Feedforward and Recurrent Fuzzy Neural Network Approaches, Fuzzy Sets and Systems, 2005, 150, 331–350 DOI: 10.1016/j.fss.2004.09.015.
- [10] Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing. San Diego, Academic Press, 1999, 620
- [11] Danilov A.D. Ionospheric F-Region Response to Geomagnetic Disturbances, Advances in Space Research, 2013, 52, 343–366 DOI: 10.1016/j.asr.2013.04.019.
- [12] Mandrikova O., Mandrikova, B. Method of wavelet-decomposition to research cosmic ray variations: Application in space weather, Symmetry, 2021. 13:12, 2313 DOI: 10.3390/sym13122313.
- [13] Mandrikova O., Mandrikova, B. Hybrid method for detecting anomalies in cosmic ray variations using neural networks autoencoder, Symmetry, 2022, 14:4, 744 DOI: 10.3390/sym14040744...
- [14] Mandrikova O., Fetisova N., Polozov Y. Hybrid model for time series of complex structure with ARIMA components, Mathematics, 2021. 9:10, 1122 DOI: 10.3390/math9101122.



Mandrikova Oksana Viktorovna♠ — D. Sci. (Tech.), Professor, Head. Laboratory of System Analysis, IKIR FEB RAS, Russia,

• ORCID 0000-0002-6172-1827.



Yury Alexandrovich Polozov♠ - PhD (Tech.), Senior Researcher Laboratory of System Analysis, IKIR FEB RAS, Russia, © ORCID 0000-0001-6960-8784.