УДК 519.7 Научная статья

Использование многозначной логики для качественного анализа данных

Л. А. Лютикова

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
360000, КБР, г. Нальчик, ул. Шоратнова 89 А
E-mail: lylarisa@yandex.ru

В статье рассматривается логический подход к анализу данных для решения задачи классификации. Исследуемые данные представляют собой совокупность объектов и их признаков. Как правило, это разрозненная разнородная информация, и ее недостаточно для разумного применения вероятностных моделей. Поэтому рассматриваются логические алгоритмы, которые при определенных условиях могут оказаться более адекватными. Для выразительного формального представления отношений между объектами и их атрибутами используется многозначная логика, а количество значений зависит от конкретного атрибута. Поэтому предлагается система операций над переменными с разными областями определения. В результате строится решающая функция, которая является классификатором объектов, присутствующих в изучаемых данных. Анализируются свойства и возможности этой функции. Показано, что логическая функция, являющаяся конъюнкцией в пространстве правил, связывающих заданные объекты с их характерными признаками, однозначно характеризует исходные данные, делит предметную область на классы, обладает свойствами модифицируемости, удовлетворяет требованиям полноты и непротиворечивости в заданная область. В работе также предлагается алгоритм его реализации.

Ключевые слова: интеллектуальная система, логика предикатов, предикат, решающая функция, класс, предметная область.

DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-199-210

Поступила в редакцию: 30.10.2022 В окончательном варианте: 10.11.2022

Для цитирования. Лютикова Л. А. Использование многозначной логики для качественного анализа данных // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2022. Т. 40. № 3. C. 199-210. DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-199-210

Финансирование. Работа выполнена без финансовой поддержки фондов

Введение

При проведении качественного анализа данных в настоящее время часто используют гибридные методы. Для успешного сочетания методов надо иметь четкое представление о правилах принятия решений, или о тех областях данных, где эти методы наиболее эффективны. Многие активно используемые в настоящее время подходы не дают четкого представления о, том каким образом было принятое решение. Это создает ряд проблем начиная от доверия качеству результата заканчивая возможностью коррекции используемого метода. К таким методам относятся очень популярные нейронные сети [1]-[3]. Исходя из самой структуры нейронной сети, например, сетей глубокого обучения, проследить цепочку рассуждений, приводящую к результату, не представляется возможным, но можно попробовать определить область данных на которых обученная нейронная сеть будет особенно эффективна и где возможно будет ошибаться. Соответственно разработать алгоритмы коррекции и получить более фундаментальные представления об обрабатываемых данных.

Материалы и методы

Будем считать, что в исследуемой области связь признаков и объектов может быть представлена как связь по претендентам, для обработки данных будем использовать сигма-пи нейронную сеть и логический анализ данных.

Свойства каждого объекта это n-мерный вектор, где n — количество характеристик, используемых для описания вех объектов в рассматриваемой области, j-я координата этого вектора равна значению j-го признака, $j = 1,\ldots,n$. Отсутствие данных допустимо.

Формальная постановка задачи распознавания образов [3]-[5].

Пусть $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, $x_i \in \{0, 1, \ldots, k_i - 1\}$, где – набор признаков. Будем считать, что каждый признак кодируется произвольным дискретным значением $k_i \in [2, \ldots, N]$, $N \in Z$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_m\}$ - множество объектов, каждый объект y_i характеризуется соответствующим набором признаков $x_1(y_i), \ldots, x_n(y_i) : y_i = f(x_1(y_i), \ldots, x_n(y_i))$.

$$\begin{pmatrix} x_1(y_1) & x_2(y_1) & \ldots & x_n(y_1) \\ x_1(y_2) & x_2(y_2) & \ldots & x_n(y_2) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_1(y_m) & x_2(y_m) & \ldots & x_n(y_m) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \ldots \\ y_m \end{pmatrix}$$

Нужно найти функцию $Y = f(X)$. Поскольку при решении подобных задач приходится иметь дело с данными, основным источником которых является опыт, а не теория. Иначе были бы другие методы решения. Попробуем определить следующее рассуждение: будем считать, что на заданном множестве данных, могут быть какие угодно связи, кроме тех, которые противоречат нашему опыту.

В результате такого рассуждения можно построить булеву функцию, от $n + m$ переменных, значение которой будет равно 0, на тех наборах, где есть признаки объекта, а самого объекта нет, и единицы во всех остальных случаях.

Если обучающая выборка состоит из k элементов, то для описания с помощью булевой функции $F(x_1(y_i),\ldots,x_n(y_i),P^{\sigma}(y_1),\ldots,P^{\sigma}(y_n))$, когда

$$P^{\sigma}(y_i)=\begin{cases}\overline{P(y_i)} & \text{при } \sigma=0\\ P(y_i) & \text{при } \sigma=1\end{cases}$$

Эта функция принимает значения "0" на множествах когда, данные характеризующие объект есть, а сам объект отрицается, т.е $\left(x_1(y_i),\ldots,x_n(y_i),P^{\sigma}(y_1),\ldots,\overline{P(y_i)},\ldots,P^{\sigma}(y_n)\right)$. И "1" на всех остальных наборах.

Пример:

Пусть заданы следующие соотношения:

Таблица 1

x_1	x_2	y
0	1	a
1	1	b

Построим таблицу, определяющую функцию для переменных: $x_1, x_2, P(y(a)), P(y(b))$.

Таблица 2

x_1	x_2	$P(y(a))$	$P(y(b))$	$f(X,Y)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$$f(x_1,x_2,P(y(a)),P(y(b)))=x_2\vee P(y(a))\&\overline{x}_1\vee P(y(b))\&x_2.$$

Это представление функции после преобразования ее конъюнктивной нормальной формы. Как видно из примера, переменная, которая имеет одно значение для двух объектов, являясь неинформативной, стоит как свободная переменная, а объекты идентифицируется по переменной, которая отличается.

Представляя такую функцию в виде формулы легче строить конъюнктивную нормальную форму, так как в столбце значений функции нулей будет существенно меньше. В результате мы получим

$$f(X) = \mathop{\&}_{j=1}^{m}\left(\bigvee_{i=1}^{n}\overline{x}_i \vee P(y_j)\right),$$

учитывая, что

$$\bigvee_{i=1}^{n}\overline{x}(y_j) \vee P(y_j), \qquad j \in [1, \ldots, m].$$

Можно представить как

$$\mathop{\&}_{j=1}^{m} x_j(y_i) \to P(y_i), \qquad i = 1, \ldots, l; \qquad x_j(y_i) \in \{0, 1, \ldots, k-1\},$$

где предикат $P(y_i)$ принимает значение $true$, т.е. $P(y_i) = 1$ если $y = y_i$, (объект, соответствующий заданным характеристикам) и $P(y_i)$, если $y \neq y_i$ (все остальные) [7].

В этом случае решающее правило является продукционным правилом, которое устанавливает, какой набор признаков соответствует какому объекту.

Продукционные правила можно представить в следующей дизъюнктивной форме:

$$f(X) = \mathop{\&}_{j=1}^{m}\left(\bigvee_{i=1}^{n}\overline{x}_i \vee P(y_j)\right).$$

При этом логическая функция, являющаяся конъюнкцией в пространстве правил, связывающих заданные объекты с характеризующими их признаками, однозначно характеризует исходные данные, делит предметную область на классы, обладает свойствами модифицируемости, удовлетворяет требованиям полноты и последовательности в данной области.

Эта функция имеет ряд свойств и особенностей; он практически создает базу знаний для данной области данных. Все свойства функции подробно рассмотрены в [8], [9].

При раскрытии скобок сокращаются соответствующие элементы по следующим правилам:

- если какая-то переменная входит в ДНФ с одним знаком во всех предложениях, то удаляем все предложения, содержащие эту переменную; (эта переменная неинформативна).

- если ДНФ содержит некоторое однобуквенное предложение x_i^j, то выполняем следующее действие: удаляем все предложения вида $x_i^j \& \ldots$ (правило поглощения).

Получаем тупиковую дизъюнктивную форму по отношению к исходной, которую можно охарактеризовать как набор аксиом для рассматриваемых данных, из которых можно получить любые отношения между объектами и их характеристиками в заданной области.

Логическое описание класса K_j будем называть предложение, содержащее определенный набор предикатов элементов обучающей выборки и переменных, характеризующих признаки этих элементов.

Утверждение 1. Функция

$$f(X) = \mathop{\&}_{i=1}^{n} \left(\bigvee_{j=1}^{m} \overline{x}_i(y_i) \vee y_j \right), \qquad x(y_i) \in [0,1,2], \qquad y_j \in Y$$

является полным по заданному набору признаков.

Доказательство. По определению, система функций $\{f(X)\}$ называется полным на заданном наборе, если для каждого набора признаков $X_j \in X$ хоть один вывод можно сделать $f(X_j) = y_j$.

Функция умножения:

$$\overline{x}_i(y_j)\&\overline{x}_i(y_l) = \begin{cases} \overline{x}_i(y_j), & \overline{x}_i(y_j) = \overline{x}_i(y_l) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Затем

$$y_j\overline{x}_i(y_l) \vee \overline{x}_i(y_j)\&\overline{x}_i(y_l) = \begin{cases} \overline{x}_i(y_j), & \overline{x}_i(y_j) = \overline{x}_i(y_l) \\ y_j\&\overline{x}_i(y_l), & \text{otherwise} \end{cases}$$

если $\overline{x}_i(y_j) \neq \overline{x}_i(y_l)$, потом $\overline{x}_i(y_j) \in \overline{x}_i(y_l)$ дизъюнкция $y_j \in \overline{x}_i(y_l)$ идентифицирует объект y_j на основе $x_i(y_l)$. Аналогичные рассуждения можно провести для каждого из признаков. В результате можно утверждать, что для каждого набора признаков $X_j \in X$ хоть один вывод можно сделать $f(X_j) = y_j$.

Утверждение доказано [10]. □

Утверждение 2. Необходимое и достаточное условие принадлежности объекта, характеризующееся совокупностью признаков $\{X_j\}$, к ссылочному элементу или классу K_j является выводимостью следующих правил:

$$P(y_i) = f_1(X_j), \quad P(K_j) = f_2(X_j).$$

Функция состоит из конечного числа клаузул, некоторые из которых являются аксиомами, это клаузулы, содержащие минимальное количество объектов в качестве факторов. Другая часть клаузул — это классы, это клаузулы, содержащие как можно больше объектов. И предложения, которые вообще не содержат объектов и состоят только из переменных. Иными словами, условно $f(X)$ можно рассматривать как дизъюнкт трех функций:

$$f(X) = f_1(X) \vee f_2(X) \vee f_3(X),$$

куда $f_1(X)$ - система аксиом или отдельных признаков определенных предметов; $f_2(X)$ - набор классов исходной базы данных и $f_3(X)$ - множество элементов настройки, которые не имеют значения для вывода, но важны в случаях поступления новой информации и модификаций функций.

Функция $f_2(X)$ дает представление о разделении базы данных на классы. Дизъюнкты, входящие в эту функцию, должны содержать как можно больше компонентов (объектов).

$f_2(X) \vee f_1(X)$ - являются объектной частью решающей функции.

Функция $f_3(X)$ - не имеет ничего общего ни с выводом, ни с набором классов, ни с идентификацией объектов. Он состоит только из предложений, элементами которых являются переменные (атрибуты объекта). $f_3(X)$ является настроечной функцией, так как предоставляет информацию о неиспользуемых переменных или определенных их наборах, которые впоследствии могут стать основными опознавательными признаками для новых элементов набора [11].

Ниже приведен элементарный пример и описана таблица значений рассматриваемой функции для наглядной теоретической демонстрации предлагаемого метода.

В результате детального анализа $f(X)$ рекурсивная составляющая понятна при построении, в результате чего получаем следующее представление: $F(X)$, куда $Y(X)$ — моделируемая функция, Z_j- характеристики объектов на данный момент, q_j - состояние системы в текущий момент.

Результирующая функция $f(X)$ можно представить следующим образом:

$$f(X) = Z_k\left(q_k(x), P(y_k), X\right);$$

$$Z_k\left(q_k(x), P(y_k), X_k\right) = Z_{k-1} \& \left(\bigvee_{i=1}^{n} \overline{x_k(y_i)} \vee P(y_k)\right) \vee q_{k-1}(x) \& \left(\bigvee_{i=1}^{n} \overline{x_k(y_i)} \vee P(y_k)\right);$$

$$q_k(x) = q_{k-1}(x) \& \left(\bigvee_{i=1}^{n} \overline{x_k(y_i)}\right);$$

$$q_1(x) = \bigvee_{i=1}^{n} \overline{x_1(y_i)}; \quad Z_1 = P(y_1).$$

В целом в случаях больших данных такой подход может выглядеть несколько громоздко, поэтому ниже предлагается алгоритм реализации этого метода.

Результаты и обсуждение

Алгоритм моделирования объектной части решающей функции

Для реализации объектной части решающей функции можно использовать следующий алгоритм:

- организуем двумерный массив с переменным количеством строк, количеством столбцов, описывая числовые значения каждого признака.

- соблюдая порядок данных объектов, каждый элемент помещаем в соответствующую строку и в столбец, соответствующие числовому значению каждого характеризующего признака (таблица 3).

Таблица 3

01	11	k1 − 1	02	12	k2 − 1	0н	1н	кн−1
	y1		y1					n1
	y2				y2		y2	n1
...	...	...	...	...	...	...	...	...
гм				гм				гм

При заполнении таблицы отмечайте графу, в которую попадает диагноз рассматриваемого больного. Если в графе уже есть другие диагнозы, то их зачеркивают и заносят в класс с рассматриваемым диагнозом, заносят в соседнюю колонку того же столбца. Эти диагнозы сгруппированы в класс для данного элемента диагностики. Это показано в таблице 3.

Далее последовательно считаете рои, если в рое, соответствующем какому-либо диагнозу, в квадратах не осталось зачеркнутых диагнозов, то выделяете столбец, соответствующий этому диагнозу, и считаете это уникальным признаком именно этого диагноза.

Также рассмотрим классы, сформированные в результате анализа данных [12]-[15]. Таким образом, алгоритм позволяет построить те предложения, которые содержат диагнозы, те, по которым происходит распознавание.

Таблица 4

01	11	k1 − 1	02	12	k2 − 1	0н	1н	кн−1
	~~y1~~		y1					~~y1~~
	~~y2~~				y2		y2	
	y1y2							
гм			гм					~~гм~~
...	...	...	...	...	...	...	...	...
								y1ym

- проверяем строки, если в строке остались переменные, соответствующие какому-либо объекту, то объект идентифицируется именно по этим переменным. Совокупность отдельных объектов и их отдельные признаки будут аксиомами для данной области [12]-[14]. Строки с несколькими объектами в одном столбце демонстрируют классы, которые можно получить по данному предмету.

Заключение

Логический подход к моделированию и минимизации данных обладает рядом положительных свойств по сравнению с известными подходами, предоставляя уникальную возможность анализа предметной области, выявления закономерностей и индивидуальных особенностей описываемых объектов.

Логическая функция, являющаяся конъюнкцией в пространстве правил, связывающих данные объекты с их характерными признаками, однозначно характеризует исходные данные, делит предметную область на классы, обладает свойствами модифицируемости, удовлетворяет требованиям полноты и непротиворечивости в данной области. Алгоритмы, основанные на логическом анализе данных, дают хорошие результаты в выявлении закономерностей и оптимальной организации структуры данных.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

Список литературы

1. Журавлёв Ю. И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации, *Проблемы кибернетики*, 1978. Т. 33, С. 5–68.

2. Шибзухов З. М. Корректные алгоритмы агрегирования операций, *Распознавание образов и анализ изображений*, 2014. Т. 24, № 3, С. 377–382.

3. Naimi A. I., Balzer L. B. Multilevel generalization: an introduction to super learning, *European Journal of Epidemiology*, 2018. vol. 33, pp. 459–464.

4. Haoxiang W., Smith S. Big data analysis and perturbation using a data mining algorithm, *Journal of Soft Computing Paradigm (JSCP)*, 2021. Т. 3 (01), С. 19-28.

5. Joe M. C. V., Raj J. S. Location-based orientation context dependent recommender system for users, *Journal of Trends in Computer Science and Smart Technology (TCSST)*, 2021. vol. 3(01), pp. 14-23.

6. Grabisch M., Marichal J-L, Pap E. Aggregation functions, *Cambridge University Press*, 2009. vol. 127.

7. Calvo T., Belyakov G. Aggregating functions based on penalties, *Fuzzy sets and systems*, 2010. vol. 161, no. 10, pp. 1420-1436 DOI: 10.1016/j.fss.2009.05.012.

8. Mesiar R., Komornikova M., Kolesarova A., Calvo T. A review of aggregation functions, *Fuzzy Sets and Their Extensions: Representation, Aggregation and Models*, 2008, pp. 121-144.

9. Yang F., Yang Zh., Cohen W. W. Differentiable learning of logical rules for reasoning in the knowledge base, *Advances in the field of neural information processing systems*, 2017, pp. 2320-2329.

10. Флах П. *Машинное обучение: наука и искусство построения алгоритмов, которые извлекают знания из данных.* М.: ДМК Пресс, 2015. 400 с.

11. Akhlakur R., Sumaira T. Ensemble classifiers and their applications: a review, *International Journal of Computer Trends and Technologies*, 2014. vol. 10, pp. 31-35.

12. Дюкова Е. В., Журавлев Ю. И., Прокофьев П. А. Методы повышения эффективности логических корректоров, *Машинное обучение и анализ данных*, 2015. Т. 1, № 11, С. 1555-1583.

13. Lyutikova L. A., Shmatova E. V. Algorithm for constructing logical operations to identify patterns in data, *E3S Web of Conferences*, 2020. vol. 224, pp. 01009 DOI: 10.1051/e3sconf/202022401009.

14. Лютикова Л. А., Шматова Е. В. Анализ и синтез алгоритмов распознавания образов с использованием переменной логики, *Информационные технологии*, 2016. Т. 22, № 4, С. 292-297.

15. Burges C. J. A tutorial on support vector machines for pattern recognition, *Data mining and knowledge discovery*, 1998. vol. 2, no. 2, pp. 121-167.

16. Aladjev V. Computer Algebra System Maple: A New Software Library / *Lecture Notes in Computer Science*, 2657 DOI: 10.1007/3-540-44860-8_73. Berlin, Heidelberg, Springer, 2003.

17. Prepare S. A., Cook S. A., Rekhov R. A. Relative efficiency of systems of proof of statements, *Journal of Symbolic Logic*, 1979. vol. 44, no. 1.

18. Duda R., Hart P. Pattern classification and scene analysis, *Wiley New York*, 1973. vol. 3, pp. 731-739.

19. Lyutikova L. A. Using multivalued logic for qualitative data analysis, *Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing*, 2021. vol. 2131, no. 3, pp. 032046.

20. Рязанов В. В., Сенко О. В., Журавлев Ю. В. Методы распознавания и прогнозирования на основе процедур голосования, *Распознавание образов и анализ изображений*, 1999. Т. 9, №4, С. 713-718.

21. Шибзухов З. М. О конструктивном методе синтеза семейств мажоритарно правильных алгоритмов / *Материалы конференции VII Международной конференции по распознаванию образов и анализу изображений*, Т. 1, 2004, С. 113–115.

Лютикова Лариса Адольфовна✉ – кандидат физико-математических наук, заведующий отдела Нейроинформатики и машинного обучения, Институт прикладной математики и автоматизации, Кабардино-Балкарская Республика, г. Нальчик, Россия, ORCID 0000-0003-4941-7854.

MSC 68T27 Research Article

Using multivalued logic for qualitative data analysis

L. A. Lyutikova

Institute of Applied Mathematics and Automation KBSC RAS,
360000, Nalchik, Shortanova st., 89a, Russia
E-mail: lylarisa@yandex.ru

The article considers a logical approach to data analysis for solving the classification problem. The studied data is a set of objects and their features. As a rule, this is disparate heterogeneous information, and it is not enough for a reasonable application of probabilistic models. Therefore, logical algorithms are considered, which, under certain conditions, may be more adequate. For an expressive formal representation of the relationship between objects and their attributes, multivalued logic is used, and the number of values depends on the particular attribute. Therefore, a system of operations on variables with different domains is proposed. As a result, a decision function is built, which is a classifier of objects present in the studied data. The properties and possibilities of this function are analyzed. It is shown that a logical function, which is a conjunction in the space of rules that connect given objects with their characteristic features, unambiguously characterizes the initial data, divides the subject area into classes, has modifiability properties, satisfies the requirements of completeness and consistency in the given area. The paper also proposes an algorithm for its implementation.

Key words: intellectual system, predicate logic, predicate, decision function, class, subject area.

DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-199-210

Original article submitted: 30.10.2022 Revision submitted: 10.11.2022

For citation. Lyutikova L. A. Using multivalued logic for qualitative data analysis. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2022, **40**: 3, 199-210. DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-199-210

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

Funding. The work was done without financial support from foundations

References

[1] Zhuravljov Ju. I. Ob algebraicheskom podhode k resheniju zadach raspoznavanija ili klassifikacii [On an algebraic approach to solving problems of recognition or classification]. Problemy kibernetiki, 1978, 33, 5-68. (In Russian).

[2] Shibzukhov Z. M. Correct algorithms for aggregating operations. Raspoznavanie obrazov i analiz izobrazhenij, 2014, 24:3, 377-382 (In Russian).

[3] Naimi A. I., Balzer L. B. Multilevel generalization: an introduction to super learning, European Journal of Epidemiology, 2018, 33, 459–464.

[4] Haoxiang W., Smith S. Big data analysis and perturbation using a data mining algorithm, Journal of Soft Computing Paradigm (JSCP), 2021. 3(01), 19-28.

[5] Joe M. C. V., Raj J. S. Location-based orientation context dependent recommender system for users, Journal of Trends in Computer Science and Smart Technology (TCSST), 2021, 3(01), 14-23.

[6] Grabisch M., Marichal J-L, Pap E. Aggregation functions, Cambridge University Press, 2009, 127.

[7] Calvo T., Belyakov G. Aggregating functions based on penalties, Fuzzy sets and systems, 2010, 161:10, 1420-1436, DOI: 10.1016/j.fss.2009.05.012

[8] Mesiar R., et. al. A review of aggregation functions, Fuzzy Sets and Their Extensions: Representation, Aggregation and Models, 2008, 121-144.

[9] Yang F., Yang Zh., Cohen W. W. Differentiable learning of logical rules for reasoning in the knowledge base Advances in the field of neural information processing systems, 2017, 2320-2329.

[10] Flach P. Machine Learning: The Art and Science of Algorithms That Give Meaning to Data, Cambridge University Press, 2015. 400

[11] Akhlakur R., Sumaira T. Ensemble classifiers and their applications: a review, International Journal of Computer Trends and Technologies, 2014. 10, 31-35.

[12] Dyukova E. V., Zhuravlev Yu. I., Prokofiev P. A. Methods for improving the efficiency of logical correctors, Machine Learning and Data Analysis, 2015, 1:11, 1555-1583.

[13] Lyutikova L. A., Shmatova E. V. Algorithm for constructing logical operations to identify patterns in data, E3S Web of Conferences, 2020, 224, 01009 DOI: 10.1051/e3sconf/202022401009.

[14] Lyutikova L.A., Shmatova E.V. Analysis and synthesis of pattern recognition algorithms using variable logic, Information Technologies, 2016, 22:4, 292-297. (In Russian).

[15] Burges C. J. A tutorial on support vector machines for pattern recognition Data mining and knowledge discovery, 1998. 2:2, 121-167.

[16] Aladjev V. Computer Algebra System Maple: A New Software Library, ICCS 2003, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, 2003. 2657 DOI: 10.1007/3-540-44860-873

[17] Prepare S.A., Cook S.A., Rekhov R.A. Relative efficiency of systems of proof of statements, Journal of Symbolic Logic, 1979. 44:1.

[18] Duda R., Hart P. Pattern classification and scene analysis, Wiley New York, 1973. 3, 731-739.

[19] Lyutikova L. A. Using multivalued logic for qualitative data analysis, Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2021. 2131:3, 032046.

[20] Riazanov V. V., Sen'ko O. V., Zhuravlev Y. I. Recognition and prediction methods based on voting procedures, Pattern recognition and image analysis, 1999, 9:4, 713–718.

[21] Zhuravljov Ju. I. O konstruktivnom metode sinteza semejstv mazhoritarno pravil'nyh algoritmov [On a constructive method for synthesizing families of majority-correct algorithms]. Materialy konferencii VII Mezhdunarodnoj konferencii po raspoznavaniju obrazov i analizu izobrazhenij, 2004, vol. 1, pp. 113-115. (In Russian).

Lyutikova Larisa Adolfovna – Ph. D. (Phys.& Math.) Head of the Dep., Neural Networks and Machine Learning, Institute of Applied Mathematics and Automation, Kabardino-Balkar Republic, Nalchik, Russia, ORCID 0000-0003-4941-7854.