Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2021. Т. 36. №3. С. 72-79. ISSN 2079-6641

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.95 Научная статья

К вопросу математического моделирования на основе теории конфликта

Р. О. Кенетова

Институт прикладной математики и автоматизации, Кабардино-Балкарский научный центр РАН, 360017, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89 А, Россия
E-mail: raisa.kenetova@mail.ru

Социальные процессы, протекающие на уровне национальных сообществ, этнических социумов, нередко определяются наличием очагов конфликтности. Сложность, неоднозначность, противоречивость данных процессов ставит задачи по поиску путей воздействия на причины и природу самих явлений для нормализации обстановки.

Ключевые слова: математическия модель, теория конфликта, этнос, пассионарность, пассинарное напряжение.

DOI: 10.26117/2079-6641-2021-36-3-72-79

Поступила в редакцию: 15.07.2021 В окончательном варианте: 01.10.2021

Для цитирования. Кенетова Р. О. К вопросу математического моделирования на основе теории конфликта // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. 2021. Т. 36. № 3. С. 72-79. DOI: 10.26117/2079-6641-2021-36-3-72-79

Введение

В современных условиях возростает роль математической науки при анализе и прогнозе социальных процессов.

Весьма значительна роль качественно нового метода познания – метода математического моделирования и вычислительного эксперимента в наукологии, в прогнозировании межнациональных, межэтнических отношений и связей, при создании новых принципов хранения, обработки и передачи социальных и исторических информаций.

Математическое моделирование социальных процессов – создание структур, графических изображений, схем и прочих абстракций, математически упорядоченных и основанных на математических принципах. Моделирование социальных процессов необходимо для решения двух типов задач: для прогнозирования изменения состояния объекта исследования и для выявления взаимозависимостей и взаимосвязей внутри объекта исследования.

Финансирование. Исследование выполнялось без финансовой поддержки фондов.

Социальные процессы, протекающие на уровне национальных сообществ, этнических социумов, нередко определяются наличием очагов конфликтности. Сложность, неоднозначность, противоречивость данных процессов ставит задачи по поиску путей воздействия на причины и природу самих явлений для нормализации обстановки.

Система отношений между этносами, проживающими в одной среде обитания, является синергетической, поэтому при их моделировании могут быть использованы методы синергетики [1] и нелинейного анализа. Важнейшие характеристики любого этноса со средой обитания Ω такие, например, как пассионарность [2], среднее время его жизни, умение координировать свои действия, динамика числености, субпассионарность могут стать эффективными параметрами и параметрами порядка по Г. Хакену [1], действующей или проектируемой в регионе Ω системы управления S_Ω. Они могут существенно повлиять на выбор управляющих параметров и реализуемость принципа подчинения [1]. Эффективный параметр системы – это такой параметр, изменение которого ведет к изменению поля поведения системы.

Математическая модель динамики этноса на стадии подъема

При определенной схематизации за уравнение динамики однородных этносов на стадии подъема можем выбрать широко известное в теории популяции дифференциальное уравнение Бернулли-Ферхюльста [3, С. 102]

$$N_1'(t) = \mu N_1(t) - \lambda N_1^\alpha(t), \tag{1}$$

где α, μ и λ – неотрицательные параметры, $N_1(t)$ – численность этноса E_1 в момент времени t.

Если на этнос E_1 действуют возмущения (со стороны, например, этноса E_2), интенсивность которых мала по сравнению с динамическими факторами, определяющими его эволюцию, то уравнение (1) можно заменить обобщенным уравнением Риккати

$$N_1'(t) = \mu N_1(t) - \lambda N_1^\alpha(t) + \varepsilon\xi(t), \tag{2}$$

где $\varepsilon > 0$ – некоторый малый параметр, характеризующий малость возмущений, $\xi(t)$ – некоторые флуктуирующие силы, непрерывно меняющиеся с изменением времени [1, С. 34], [3, С. 104].

При реактивных акциях со стороны этноса E_2 величина ε в уравнении (2) может быть значительной и функцией времени t и численности N_2 этноса E_2.

Межэтнический конфликт, как правило, является следствием межпассионарного конфликта. Пусть $n_i = n_i(t)$ – численность пассионариев и субпассионариев в этносе E_i, $i = 1,2$. Тогда в качестве математической модели межэтнического конфликта можно принять систему:

$$n_1'(t) = (\mu_1 - \mu_{11}n_1 - \mu_{12}n_2)n_1, \qquad n_2'(t) = (\mu_2 - \mu_{21}n_1 - \mu_{22}n_2)n_2, \tag{3}$$

где μ_i – скорость появления, $\lambda_i = \mu_{11}n_1 + \mu_{22}$ – скорость изолирования пассионариев и субпассионариев в этносе E_i, $i = 1,2$; $\|\mu_{ij}\| = \begin{Vmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{Vmatrix}$ – матрица взаимодействия этносов. Когда этносы E_1 и E_2 имеют одинаковые размеры, уравнения, входящие в систему (3), принимают вид (1).

Точка $([\mu_1\mu_{22} - \mu_2\mu_{12}]/\det\|\mu_{ij}\|)$, с $\det\|\mu_{ij}\|) \neq 0$ является точкой равновесия [4, С. 196]. Равновесие устойчиво, когда $\det\|\mu_{ij}\|) > 0$, и неустойчиво в противном случае.

В модели (3) непосредственно не участвует численность $n_i^i(t)$ гармоничных особей этноса E_i $(1 = 1,2)$. Гармоничные особи, т.е. особи, пассионарный импульс которых равен по величине импульсу инстинкта самосохранения, могут сыграть заметную (центристскую) роль в стабилизации межэтнического конфликта. Роль гармоничных особей в математической модели (3) межэтнического конфликтаможно учесть осредненно через ее параметры.

Возростание и падение солнечной активности происходит по кривой, напоминающей логистическую кривую [5]. Говоря словами Л.Н. Гумилева [2, С. 397], "мы можем классифицировать все этносы по степени возрастания и подъема пассионарного напряжения этнического поля". "Поскольку уровень пассионарности является врожденным признаком, присущим человеку на протяжении его жизни"[2, С. 402], то при системно-историческом моделировании межэтнических конфликтов, вспышек пассионарности, выходящих из-под контроля разумной целесообразности, важную роль должен сыграть импульс пассионарности P этноса как функция времени t. Вполне возможно, что возростание и затухание пассионарности этноса происходит, как и его социальная активность, по кривой близкой к логистической. Тому подтверждение и "идеализированный ход функции P, характеризующий процесс этногенеза"(см. [2, С. 403]).

Математическая модель пассионарного напряжения этноса

Пусть: $N = N(t)$ – количество персон, состовляющих этнос (этническую систему) E в момент времени t; $\sigma = \sigma(t)$ – пассионарное напряжение или уровень пассионарного напряжения в E; $\varepsilon = \varepsilon(t)$ – количество имеющейся в E пассионарности. Тогда в соответствии с определением Л.Н. Гумилева [2, С. 609] можно написать:

$$\varepsilon = N\sigma. \tag{4}$$

Здесь пассионарность как характеристика поведения означает "эффект избытка биохимической энегрии живого вещества, порождающий жертвенность часто ради иллюзорной цели а как энергия – представляет собой "избыток биохимической энергии живого вещества, обратный вектору инстинкта и определяющий способность к сверхнапряжению"[2, С. 608].

Формула (4) выражает линейную зависимость между ε и σ. Она напоминает закон Гука, устанавливающий в известных пределах зависимость между напряженным состоянием σ и деформацией ε упругой среды. Этот закон утверждает, что малая деформация среды пропорциональна приложенной к ней силе, т.е. тензор деформации ε является линейной функцией тензора напряжений σ.

На интуитивном уровне очевидно, что не лишена здравого смысла интерпретация этноса E с малым ε как упругой биосреды. При таком подходе величину ε, характеризующую этнос E с пассионарным напряжением σ, можно назвать пассионарной деформацией или просто деформацией, а отношение $\sigma/\varepsilon = 1/N$ –мерой (или модулем) упругости этноса.

С пассионарным напряжением σ тесно связан пассионарный импульс или пассионарный импульс поведения P, который означает поведенческий импульс, направленный против инстинкта личности и видового самосохранения.

Если, следуя Гумилеву "мы примем за этолон импульс врожденного инстинкта самосохранения (1), индивидуального и видимого, то импульс пассионарности P будет иметь обратный знак".

Импульс инстинкта самосохранения $P=1$. Особи этноса E называются соответственно гармоничными, субпассионариями и пассионариями в зависимости от того $P=1$, $P<1$ или $P>1$. Очевидно, что уровень пассионарного напряжения σ в этносе E определяется соотношением гармоничных, субпассионариев и пассионариев, а также их активным синергетического характера взаимодействием.

Как отмечает Гумилев [2, С. 397], "подавляющее число поступков, совершаемых людьми, диктуется инстинктом самосохранения либо личного, либо видового"и это проявляется в стремлении к размножения и воспитанию потомства.

Как и солнечная активность быстрому подъему пассионарного напряжения этнического поля отвечает, как правило, медленное его падение; действует, говоря словами Гумилева [2, С. 398], "схема – быстрый подъем пассионарности и медленная утрата – действительна для всех известных нам этносов".

Следуя Гумилеву, можно считать, что "пусковой момент этногенеза подобен толчку, сообщающему этнической системе инерцию, утрачиваемую при сопротивлении среды".

Пусть μ – начало пускового момента. Тогда за математическую модель динамики пассионарного напряжения в этносе E на стадии подъема можно принять обобщенное логистическое уравнение

$$D^{\alpha}_{\mu t}\sigma^{1-m}=(1-m)\Big[a(t)\sigma^{1-m}-b(t)\Big], \tag{5}$$

где $0<\alpha\leq 1$, $m=const\geq 0$, $a(t)$ и $b(t)$ – непрерывные и неотрицательные функции времени $t\geq\mu$, $D^{\alpha}_{\mu t}$ – оператор дробного дифференцирования по переменной t порядка α с началом в момент времени μ [3, С. 28].

При $\alpha=1$, $m=2$ уравнение (5) переходит в логистическое уравнение

$$\sigma'=a\sigma-b\sigma^2, \qquad t\geq\mu. \tag{6}$$

Пусть a и b не зависят от времени и $a\neq 0$. Тогда любое решение $\sigma=\sigma(t)$ уравнения (6) представимо в виде

$$\frac{1}{\sigma(t)}=\frac{1}{\sigma(\mu)}e^{a(\mu-t)}+\frac{b}{a}\Big[1-e^{a(\mu-t)}\Big]. \tag{7}$$

Как видно из (7), пассионарное напряжение σ сначала растет очень быстро, стремясь по S-образной кривой выйти на устойчивое состояние $b/a=\lim\limits_{t\to+\infty}\sigma(t)$; пассионарное напряжение не может расти беспредельно, оно ограничено сверху величиной b/a.

Математическая модель пассионарного этноса с учетом памяти

Этнос является системой с памятью. Поэтому реалии будут более адекватны следующие математические модели динамического взаимодействия пассионарного напряжения $\sigma(t)$ с количеством имеющейся в этносе E пассионарности $\varepsilon(t)$:

$$\sigma(t)+b_{\alpha}D^{\alpha}_{\mu t}\sigma(t)=N^0\varepsilon(t)+N^1D^{\beta}_{\mu t}\varepsilon(t), \tag{8}$$

$$\sigma(t)+b_{\alpha}\int\limits_0^1 D^{\xi}_{\mu t}\sigma(t)d\xi=N^0\varepsilon(t)+N^1\int\limits_0^1 D^{\xi}_{\mu t}\varepsilon(t)d\xi. \tag{9}$$

Здесь b_α, N^0, N^1, α, β – неотрицательные параметры, характеризующие этнос E, $0<\alpha\leq 1$, $0<\beta\leq 1$.

Можно воспользоваться и более простыми, чем (8) и (9), "реологическими"уравнениями состояния [6, С. 31]:

$$\sigma(t)=N^1\int\limits_0^1 D^{\xi}_{\mu t}\varepsilon(t)d\xi, \tag{10}$$

$$\varepsilon(t)=N(t)\int\limits_0^1 D^{-\xi}_{\mu t}\sigma(t)d\xi, \tag{11}$$

$$\sigma(t)+\tau\int\limits_0^1 D^{\xi}_{\mu t}\tau(t)d\xi=\tau N^1\int\limits_0^1 D^{\xi}_{\mu t}\tau(t)d\xi, \tag{12}$$

где τ – "время релаксации" пассионарного напряжения.

Математические модели (10) – (12) в определенном смысле являются континуальными аналогами закона Гука, обобщенного закона высокоэластичной деформации и закона Максвелла [6, С. 31]. Модели (10) и (11) являются однопараметрическими и поэтому их идентификация для выбранного этноса не вызовет принципиальных затруднений.

Если количество имеющейся в E пассинарности не меняется на временном сегменте $\mu\leq t\leq T$, т.е. если $\varepsilon(t)=\varepsilon_0=const$, то из (10) получим

$$\sigma(t)=N^1\varepsilon_0\int\limits_0^1 D^{\xi}_{\mu t}1\,d\xi. \tag{13}$$

По определению

$$D^{\xi}_{\mu t}1=\frac{d}{dt}D^{\xi-1}_{\mu t}1=\frac{1}{\Gamma(1-\xi)}\frac{d}{dt}\int\limits_\mu^t\frac{dz}{(t-z)^{\xi}}=\frac{(t-\mu)^{-\xi}}{\Gamma(1-\xi)}, \tag{14}$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера [7, С. 25].

В соответствии с (12) из (13) получаем

$$\sigma(t)=N^1\varepsilon_0\int\limits_0^1\frac{(t-\mu)^{-\xi}}{\Gamma(1-\xi)}d\xi=\frac{N^1\varepsilon_0}{t-\mu}\int\limits_0^1\frac{(t-\mu)^{1-\xi}}{\Gamma(1-\xi)}d\xi=\frac{N^1\varepsilon_0}{t-\mu}\int\limits_0^1\frac{(t-\mu)^{y}}{\Gamma(y)}dy.$$

Следовательно,

$$(t-\mu)\sigma(t)=\varepsilon_0 N^1 Vi(0,1,t-\mu), \tag{15}$$

где

$$Vi(\alpha,\beta,x)=\int\limits_\alpha^\beta\frac{x^y}{\Gamma(y)}dy,\qquad 0\leq\alpha<\beta \tag{16}$$

– специальная функция, введенная А. М. Нахушевым [6, С. 16].

Аналитическая функция $\varphi(x)=1/\Gamma(x)$ на сегменте $0 \le x \le 1$ монотонно возрастает со своего минимального на $[0,1]$ значения $\varphi(0)=0$ до максимального $\varphi(1)=1$. Поэтому на основании второй обобщенной теоремы о среднем значении для интегралов [7, С. 108] существует такое число $0<\delta<1$, что

$$\int\limits_0^1 \varphi(x) z^x dx = \int\limits_\delta^1 z^x dx = \frac{z-z^\delta}{\log z}.$$

Отсуда, в силу определения (16) имеем

$$Vi(0,1,x) = \frac{x-x^\delta}{\log x}. \tag{17}$$

Из (16) и (17) заключаем: существует такое число $0<\delta<1$, что

$$\sigma(t) = \frac{N^1 \varepsilon_0}{t-\mu}\left[\frac{t-\mu-(t-\mu)^\delta}{\log(t-\mu)}\right]. \tag{18}$$

Как видно из (15)

$$\lim_{t\to\mu}(t-\mu)\sigma(t) = \varepsilon_0 N^1, \qquad \lim_{t\to+\infty}\sigma(t)=0.$$

А это означает, что в рамках гипотезы (15) пассионарное напряжение в этносе E, став в начале пускового момента этногенеза значительным по величине, не исчезает за конечное время, хотя по утверждению Гумилева [2, С. 238] "этногенез длится от 1100 до 1500 лет, если их не нарушают экзогенные воздействия, например, геноцид при вторжении иноплеменников или эпидемии".

Л. Н. Гумилев [2, С. 403] писал: "Будь у нас возможность измерить величину P и выразить данную величину численно, в этом случае можно было бы просто построить кривую изменения пассионарного напряжения, а затем найти уравнение, описывающее кривую математически".

Чтобы как то приблизиться к решению этой проблемы, можно предположить, что импульс пассионарности $P(t)$ является непрерывно дифференцируемой функцией и связан с пассионарным напряжением $\sigma(t)$ линейно с коэффициентом пропорциональности k:

$$P(t) = k[\sigma(t)-\sigma(0)]. \tag{19}$$

Из (16) и идеализированного хода функции $P=P(t)$, характеризующего процесс этногенеза по Гумилеву (см. [2, С. 403, рис. 3]) видно, что пассионарный импульс: в начальный момент времени $t=0$ имеет минимальное (нулевое) значение $P(0)=0$; весьма быстро (поднимаясь по S-образной кривой близкой к логистической) достигает в некоторый момент времени $t=t_*$ максимальное значение $P_*=P_*(t)$, затем медленно по кривой, похожей на логитсическую, опускается вниз, стремясь выйти на более или менее устойчивое состояние.

Поскольку $P'(t_*)=0$, то в силу (12) и $\sigma'(t_*)=0$. Описанные на содержательном уровне свойства импульса пассионарности позволяют нам утверждать, что связь (16) вполне возможная, если пассионарное напряжение меняется по кусочно-логистическому закону:

$$\sigma'(t) = \begin{cases} (t_*-t)^m\big[\lambda_{11}-\lambda_{12}\sigma(t)\big]\sigma(t), & 0\le t\le t_*, \\ (t-t_*)^m\big[-\lambda_{21}-\lambda_{22}\sigma(t)\big]\sigma(t), & t\ge t_*. \end{cases}$$

Здесь $m = const > 0$, λ_{ij} $(i = 1,2)$ – неотрицательные и независящие от времени параметры, характеризующие в среднем этнос и среду его обитания.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

Список литературы/References

1. Хакен Г. *Синергетика*. М.: Мир, 1985. 326 с. [Haken H. Sinergetika. M.: Mir, 1985. 326 pp. (In Russian)]
2. Гумилев Л. Н. *Этногенез и биосфера Земли*. М.: Танаис ДИ-ДИК, 1994. 544 с. [Gumilev L. N. Etnogenez i biosfera Zemli. M.: Tanais DI-DIK, 1994. 544 pp. (In Russian)]
3. Нахушев А. М. *Уравнения математической биологии*. М.: Высшая школа, 1995. 301 с. [Nakhushev A. M. Uravneniya matematicheskoi biologii. M.: Vysshaya shkola, 1995. 301 pp. (In Russian)]
4. Бейли Н. *Математика в биологии и медицине*. М.: Мир, 1970. 326 с. [Bailey N. Matematika v biologii i meditsine. M.: Mir, 1970. 326 pp. (In Russian)]
5. Нахушев А. М., Кенетова Р. О. *Моделирование социально – исторических и этнических процессов*. Нальчик: Эль-Фа, 1998. 171 с. [Nakhushev A. M., Kenetova R. O. Modelirovanie sotsial'no–istoricheskikh i etnicheskikh protsessov. Nalchik: El'-Fa, 1998. 171 pp. (In Russian)]
6. Нахушев А. М. *Об уравнениях состояния непрерывных одномерных систем и их приложениях*. Нальчик–Майкоп: Логос, 1995. 144 с. [Nakhushev A. M. Ob uravneniyakh sostoyaniya nepreryvnykh odnomernykh sistem i ikh prilozheniyakh. Nalchik-Maikop: Logos, 1995. 144 pp. (In Russian)]
7. Берс Л. *Математический анализ*, Т. 2. М.: Высшая школа, 1975. 544 с. [Bers L. Matematicheskiy analiz. M.: Vysshaya shkola, 1975. 544 pp. (In Russian)]

Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki. 2021. vol. 36. no. 3. P. 72–79. ISSN 2079-6641

MATHEMATICAL MODELING

MSC 91-10 Research Article

On the issue of mathematical modeling based on the theory of conflict

R. O. Kenetova

Institute of Applied Mathematics and Automation, Kabardino-Balkarian Scientific Center RAS, 360000, Nalchik, Shortanova st., 89 A, Russia
E-mail: raisa.kenetova@mail.ru

The social processes taking place at the level of national communities and ethnic societies are often determined by the presence of hotbeds of conflict. The complexity, ambiguity, and inconsistency of these processes poses the task of finding ways to influence the causes and nature of the phenomena themselves to normalize the situation.

Key words: mathematical model, theory of conflict, ethnicity, passionarity, passionary tension.

DOI: 10.26117/2079-6641-2021-36-3-72-79

Original article submitted: 15.07.2021 Revision submitted: 01.10.2021

For citation. Kenetova R. O. On the issue of mathematical modeling based on the theory of conflict. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2021, **36**: 3, 72-79. DOI: 10.26117/2079-6641-2021-36-3-72-79

Competing interests. The author declares that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. The author contributed to this article. The author is solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by the author.

Funding. The study was carried out without financial support from foundations.