

УДК 004.942

Научная статья

Соответствие углов слияния подкожных вен человека правилам Ру в математической интерпретации Мюррея

**Н. Р. Урманцева¹, В. А. Галкин^{1,2}, К. В. Мазайшвили¹,
М. А. Шушаев¹, Т. В. Гавриленко¹**

¹ БУ ВО Сургутский государственный университет, 628400, г. Сургут, ул. Лина, 1

² ФГУ ФНЦ Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, 117218, г. Москва, Нахимовский просп., 36, к.1.

E-mail: nel-u@yandex.ru

Разработан алгоритм проверки статистической гипотезы, утверждающей, что правило Roux W. в математической интерпретации Мюррея выполняется для слияний вен, расположенных в одной плоскости между листками фасции передней брюшной стенки, использующий критерии Фишера и Стьюдента. С помощью авторской методики изучено 100 слияний поверхностных вен передней брюшной стенки у 50 пациентов (без венозной патологии) на снимках магнитно-резонансной томографии. Впервые было показано, что слияние поверхностных вен, как и ветвление артерий, происходит в соответствии с принципом минимальных затрат и эмпирическими правилами Roux, пользуясь которыми, можно выявлять анатомически варианты строения вен, предрасположенных к явным заболеваниям, в т.ч. тромбозам. Однако область применимости данных правил ограничивается 2D-геометрией и требует доработки методики измерения для трехмерного случая.

Ключевые слова: проверка статистических гипотез, критерий Фишера, критерий Стьюдента, правила Roux, магнитно-резонансная томография, поверхностные вены.

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-79-91

Поступила в редакцию: 10.01.2020

В окончательном варианте: 16.05.2020

Для цитирования. Урманцева Н. Р., Галкин В. А., Мазайшвили К. В., Шушаев М. А., Гавриленко Т. В. Соответствие углов слияния подкожных вен человека правилам Ру в математической интерпретации Мюррея // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2020. Т. 31. № 2. С. 79-91. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-79-91

Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Урманцева Н. Р. и др., 2020

Финансирование. Исследование выполнялось без финансирования

Введение

В конце XIX века Roux W. описал эмпирические правила ветвления кровеносных сосудов исходя из их функционального приспособления [1], согласно которым конфигурация артериальных бифуркаций соответствует принципу минимальной работы, который гласит, что диаметры сосудов и углы их ветвления находятся в таком соотношении, что совершаемая системой работа, необходимая для поддержания постоянной циркуляции кровотока, минимальна [11]

Правила Roux W. в модификации Глотова В. А.:

1. Если артерия, разветвляется на две ветви, диаметры которых равны, то они отходят под одинаковыми углами к основному стволу.

2. Если артерия разветвляется на две ветви, одна из которых толще другой, то более толстая ветвь образует с основным стволом больший угол.

3. Если артерия разветвляется на две ветви, диаметр одной из которых приближается по величине к основному стволу, а диаметр другой приближается к нулю, то большая ветвь образует с основным стволом угол, приближающийся к 180° , а меньшая - угол, приближающийся к 90° (цитируется по [2]).

Murray C. D. в 1926 г. [3] описал эмпирические правила Roux W. языком математики. Формулы для расчета углов ветвления получаются путем применения принципа возможных перемещений к артерии, изображенной на рис. 1. dl_0 и dl_1, dl_2 , строящиеся аналогично, – воображаемые бесконечно малые перемещения, допускаемые в текущий момент наложенными на систему связями и удовлетворяющие принципу возможных перемещений.

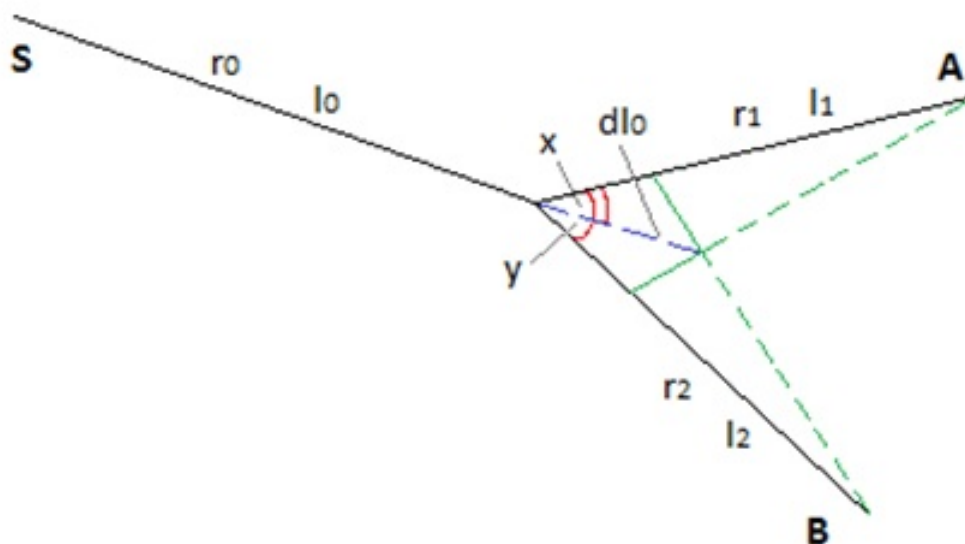


Рис. 1. Схема ветвления артерии

Таким образом, принцип оптимальности, предложенный Murray C. D., представляет собой следующие соотношения:

$$\cos(x) = \frac{r_0^4 + r_1^4 - (r_0^3 - r_1^3)^{\frac{4}{3}}}{2r_0^2 r_1^2} \quad (1)$$

$$\cos(y) = \frac{r_0^4 + r_2^4 - (r_0^3 - r_2^3)^{\frac{4}{3}}}{2r_0^2 r_2^2} \quad (2)$$

Иллюстрация зависимостей 1, 2 представлена на рисунке 2.

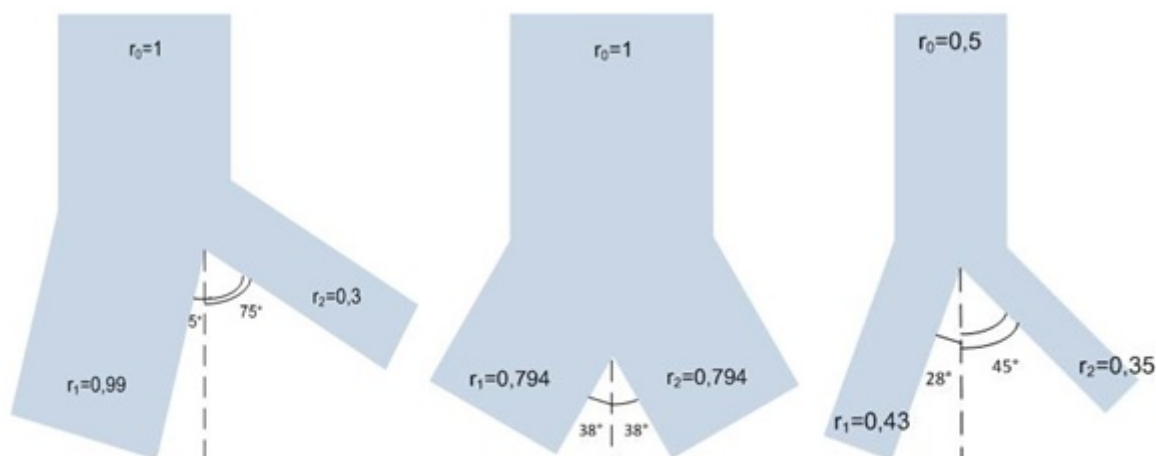


Рис. 2. Ветвление артерии, демонстрирующее выполнение правил Roux W.

Применительно к артериям, геометрическое построение узлов ветвления сосуда в соответствии с принципом оптимальности подтверждено многими авторами [3-11]. Между тем, для венозной части кровообращения, где происходит слияние потоков крови, работ, освещающих применимость к венам правил Roux W., найдено не было. Однако, по мнению авторов, соблюдение принципа минимальных затрат для вен не менее, а может, и более важно, чем для артерий. Это связано с тем, что в венах более низкие скорости кровотока, любое повышение сопротивления которому может еще более его замедлить. Существует нижний предел скорости, при достижении которого резко увеличивается риск тромбоза вен.

Гипотеза исследования

Правило Roux W. в математической интерпретации Мюррея выполняется для слияний вен, расположенных в одной плоскости между листками фасции передней брюшной стенки.

Материал и методы

Алгоритм исследования представлен на рисунке 3.

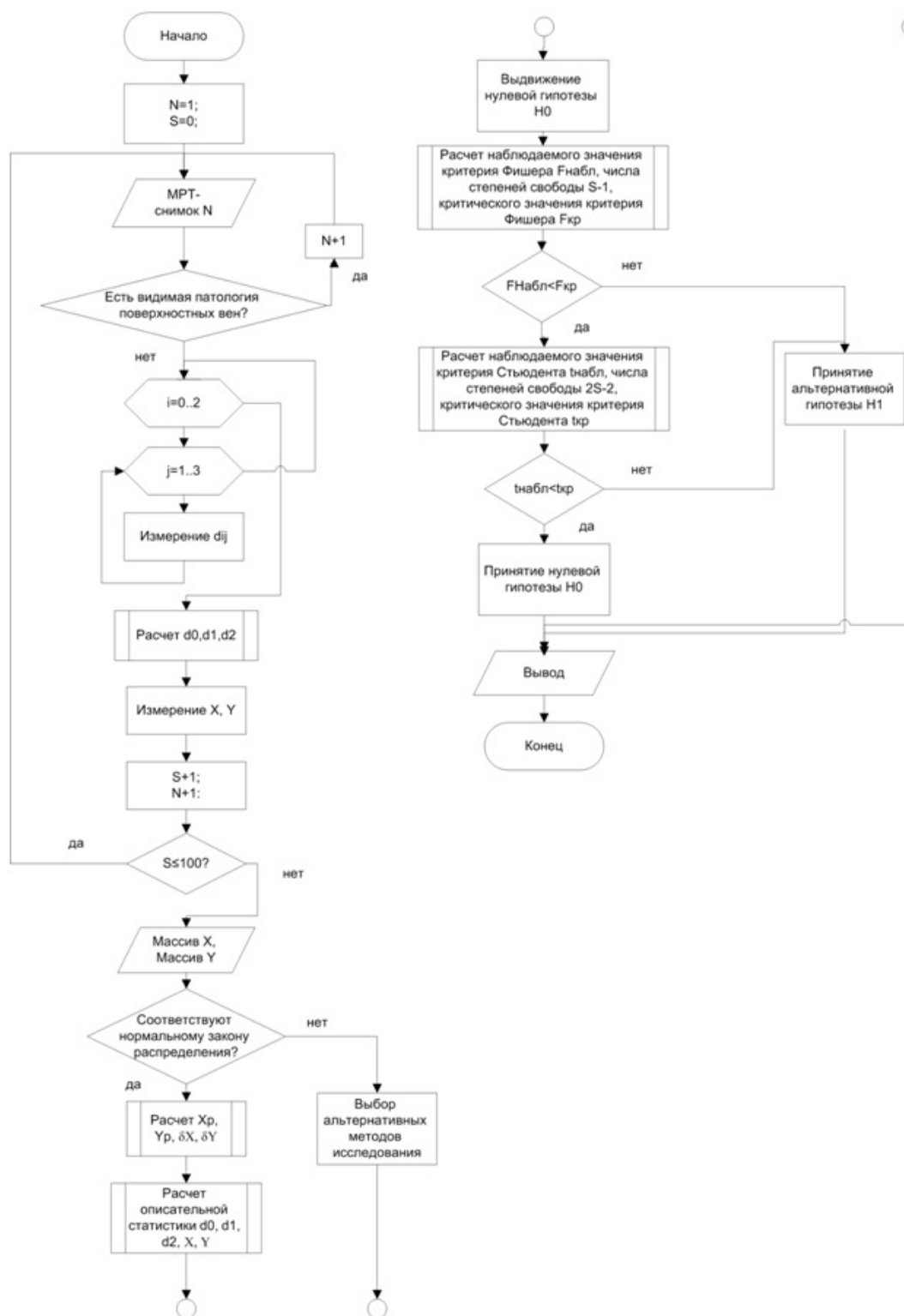


Рис. 3. Процесс проверки соответствия ограниченной выборки данных правилам Ру в математической интерпретации Мюррея

Методика проведения измерений

В ходе исследования рассмотрено 100 слияний поверхностных вен передней брюшной стенки у 50 пациентов (без венозной патологии). Снимки магнитно-резонансной томографии в формате DICOM изучались с помощью приложения «RadiAnt DICOM Viewer 4.6.9» — проводилось измерение истинных диаметров вен, диаметров их притоков и углов притоков в месте слияния с помощью встроенных инструментов «Линейка» и «Транспортир».

Алгоритм подготовки данных для статистического исследования состоит в следующем. Снимки анализируются в режиме Zoom 800%, что соответствует двукратному увеличению линейных размеров реального объекта, поскольку Zoom 100% по умолчанию дает уменьшение объекта в 4 раза. Диаметры подкожных вен и их притоков измеряются на расстоянии порядка 1 мм от места слияния вручную с помощью инструмента «Линейка», погрешность которого составляет 0.005 мм (половина цены деления). Ось сосуда проводится вручную с помощью инструмента «Линейка», отрезки диаметров строятся перпендикулярно оси, что контролируется с помощью инструмента «Транспортир» (рис. 4), от границы к границе, которая определяется как место, где последний светлый пиксель диаметра (сосуд) сменяется темным (ткань) либо наоборот, в зависимости от выбранной цветовой схемы.

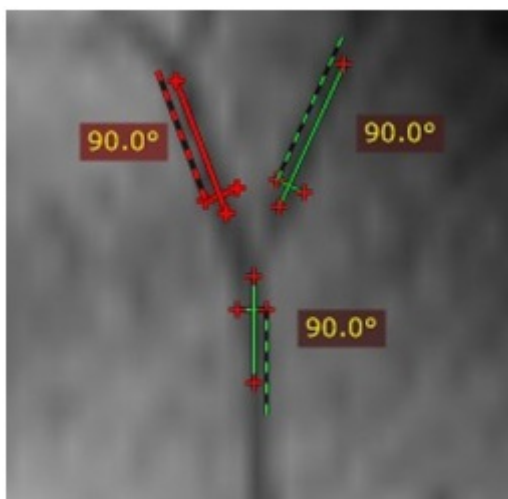


Рис. 4. Перпендикулярность диаметров подкожной вены и ее притоков соответствующим осям

Измерения проводятся трижды, на расстоянии 1 мм друг от друга (рис. 5), для того, чтобы с помощью дальнейшего усреднения избавиться от грубых погрешностей, связанных с неправильным выбором места измерения диаметра, растеризацией изображения при приближении, артефактами на МРТ-снимках и т.д.

Средний диаметр находится по следующей формуле:

$$\bar{d}_i = \frac{\sum_{j=1}^3 d_{ij}}{3}, i = 0, \dots, 2,$$

где d_0 — подкожная вена передней брюшной стенки, d_1 , d_2 — ее правый и левый приток соответственно, j — номер измерения. Несмотря на то, что в формулах (1), (2)

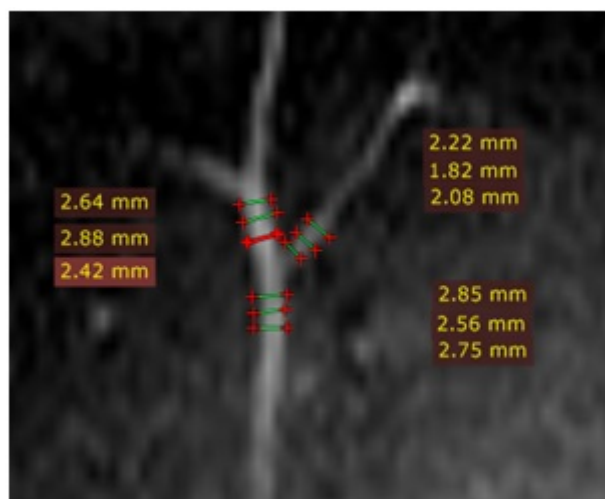


Рис. 5. Измерение истинного диаметра вены и ее притоков

фигурирует радиус, его можно заменить на диаметр без изменения результата. Такая замена вызвана высокой трудоемкостью измерения радиуса вены на МРТ-снимках, а также потерей точности при делении измеренных диаметров сосудов пополам для получения величины радиуса.

Исправленное среднеквадратическое отклонение ошибки усреднения результатов $N = 900$ измерений диаметров подкожных вен передней брюшной стенки составляет $\delta = 0.1142$.

На рис. 6 представлен процесс измерения тупого угла X между веной и ее правым притоком. Данный угол определяется с помощью инструмента „Транспортир „, погрешность которого составляет 0.05° , как угол между отрезками, соединяющими три точки, одна из которых является точкой слияния осей вены и ее притока, две другие ставятся на соответствующих осях на расстоянии 1 см от центральной точки. Фактический угол X является острым, поэтому требует расчета по формуле:

$$X = 180^\circ - X_T$$

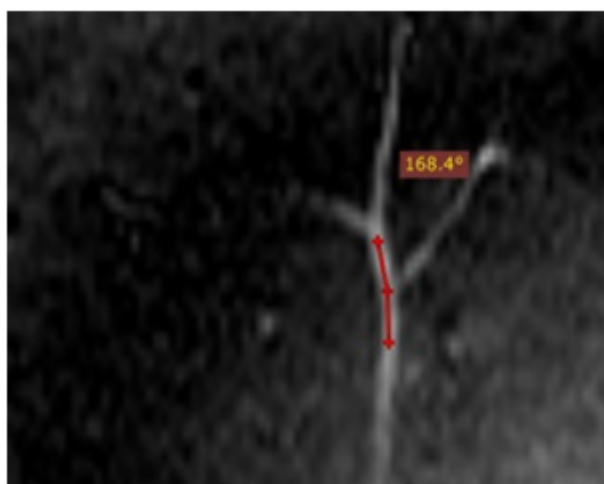


Рис. 6. Измерение фактического угла между веной и ее правым притоком

На рис. 7 представлен процесс измерения тупого угла Y между веней и ее левым притоком. Фактический угол Y рассчитывается аналогично:

$$Y = 180^\circ - Y_T$$

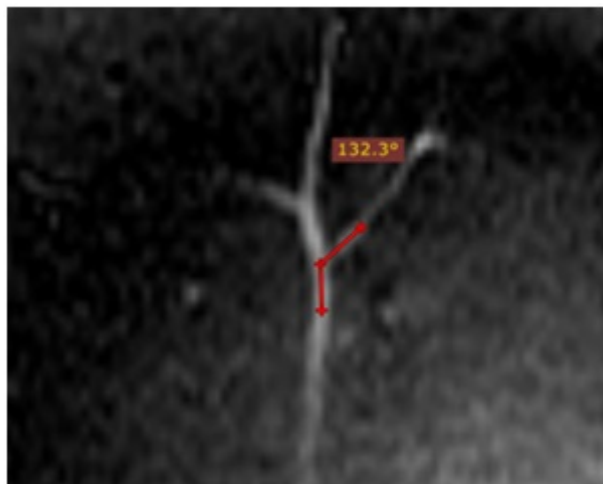


Рис. 7. Измерение фактического угла между веней и ее левым притоком

Расчетные углы слияния для измеренных радиусов были получены с помощью формул (1), (2), адаптирующих принцип минимальной работы к углам ветвления артерий и предложенных Мюрреем в качестве математической интерпретации правил Ру.

Полученные данные были внесены в таблицы и разбиты на соответствующие группы (истинные углы X, Y и расчетные углы X, Y), найдены относительные погрешности (в процентах):

$$\delta X = \frac{|X - X_p|}{X} \cdot 100\%$$

После проверки исходных данных на соответствие нормальному закону распределения было произведено сравнение данных групп по параметрическому критерию Стьюдента для двустороннего распределения с равными между собой дисперсиями при $p = 0.05$, в результате которого все 100 слияний соответствуют закону Мюррея.

Результаты

Выдвигается гипотеза, которая гласит, что измеренные значения углов X и Y соответствуют псевдонормальному закону распределения, поскольку нормально распределенная случайная величина по определению с большой положительной вероятностью имеет отрицательные значения, неотрицательные же величины, такие как диаметры и углы в принципе не могут быть распределены по нормальному закону. Это связано еще и с тем, что нормировочный коэффициент функции Гаусса $C_0 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, определенной на R , уменьшается в два раза $C_1 = \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}}$ при сокращении области определения в два раза $[0; +\infty)$.

Проверка гипотезы о соответствии исходных данных псевдонормальному закону распределения была осуществлена в программном пакете статистического анализа,

сочетающем тесты Колмогорова-Смирнова, Лиллиефорса и Шапиро-Уилка. Гистограммы частот распределения измеренных значений углов X и Y представлены на рис.8 и подтверждают распределение исходных данных по псевдонормальному закону при уровнях значимости $p = 0.01$ и $p = 0.2$ соответственно.



Рис. 8. Гистограммы частот распределения измеренных значений углов X и Y

Часть исследуемых выборок данных для углов слияния представлена в табл. 1.

Таблица 1

Выборки расчетных и измеренных значений углов слияния вен

№	X	X_p	δX	Y	Y_p	δY
1	50	46.8753	6.2494	20	23.2260	16.1349
2	31	31.3715	1.1984	29.7	29.0786	2.0923
3	5	4.8194	3.6121	38	43.4864	14.4378
4	24	23.2427	3.1553	32	32.6939	2.1684
5	29	31.6402	9.1040	21	19.0771	9.1568
...						
96	35	42.9368	22.6767	23	23.9874	4.2932
97	22	22.7895	3.5887	30	27.2867	9.0443
98	27	39.3504	45.7423	36	50.5372	40.3811
99	41	51.2853	25.0860	38	51.5986	35.7858
100	30	30.4582	1.8272	37	36.3237	1.8280

Описательная статистика для выборок диаметров вен и углов слияния приведена в табл. 2.

Таблица 2

Описательная статистика для исследуемых выборок данных

Статистические показатели	d_0	d_1	d_2	X	Y	X_p	Y_p
Среднее	1.9708	1.5497	1.5479	34.1727	31.3061	34.9346	34.8167
Дисперсия	0.2816	0.1765	0.1637	164.5079	136.5202	200.8274	217.998
Исправленная дисперсия	0.2845	0.1783	0.1654	166.1866	137.9132	202.8767	220.2228
Среднекв. отклон.	0.5307	0.4201	0.4046	12.8261	11.6842	14.1713	14.7648
Оценка среднекв. отклон.	0.5334	0.4222	0.4067	12.8913	11.7437	14.2434	14.8399
Min	0.7866	0.71	0.49	3	6	3.8628	5.6963
Max	3.3633	2.7033	3.0066	68	68	73.7996	63.225
Размах	2.5766	1.9933	2.5167	65	62	69.9368	57.5287

Проверка статистической гипотезы H_0 об отсутствии статистически значимых отличий между измеренными и расчетными значениями углов слияния вен проводи-

лась по алгоритму, представленному на рисунке 3 (после элемента-соединителя) и состоящему из двух этапов.

На первом этапе исследования проверялась гипотеза о равенстве дисперсий двух выборок по критерию Фишера. Критическое значение для распределения Фишера F_{kp} выбиралось из таблицы Фишера-Снедекора при уровне значимости $p = 0.05$, $p = 0.01$ и числе степеней свободы $f_x=99$, $f_{x_p}=99$. Полученный результат:

$$F_{nabl} < F_{kp}$$

$1.2168 < 1.3519$ ($p = 0.05$) для выборок и $1.5968 < 1.6$ ($p = 0.01$) для выборок Y соответственно позволил принять нулевую гипотезу и считать, что дисперсии выборок равны.

На втором этапе проверялась гипотеза о равенстве генеральных средних двух выборок по критерию Стьюдента. Критическое значение t -критерия Стьюдента t_{kp} выбиралось из соответствующей таблицы при уровне значимости $p = 0.05$ и числе степеней свободы $f = 198$. Полученный результат:

$$t_{nabl} < t_{kp}$$

$0.3967 < 1.972$ для выборок и $1.8552 < 1.972$ для выборок Y означает, что экспериментальное значение критерия t не попало в критическую область, поэтому нулевую гипотезу следует принять. Генеральные средние двух выборок равны.

Затем выборки X и X_p , Y и Y_p сравнивались с помощью функции t -test для независимых выборок. Вероятности справедливости гипотезы о том, что углы слияния вен подчиняются правилам Ру, равны соответственно $p_x=0.69$, $p_y=0.26$ и превышают уровень значимости $p = 0.05$. Это означает, что данные статистически значимо не отличаются друг от друга и взяты из одной генеральной совокупности, а значит, математическая модель Мюррея описывает не только ветвление артерий, но и слияние вен.

Гистограммы распределения относительных погрешностей представлены на рис.9.

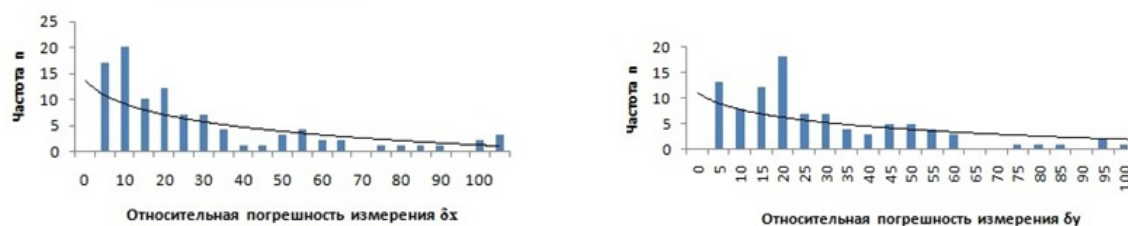


Рис. 9. Гистограммы распределения относительных погрешностей

Обнаруженная в ходе исследования тенденция в левом притоке к большей относительной погрешности в сравнении с правым, по-видимому, носит систематический характер и также может быть закономерностью слияния поверхностных вен передней брюшной стенки. И действительно, по критерию Стьюдента выборки X и Y статистически значимо отличаются друг от друга, в то время как статистически значимо отличаются друг от друга выборки d_0 и d_1 , d_0 и d_2 , но d_1 и d_2 взяты из одной генеральной совокупности, а это значит, что притоки должны сливаться под одинаковыми углами.

Обсуждение

Экспериментальная проверка модели Murray C. D. для микрососудистых сетей в работе Смородинова А. В. [12] показала, что модель не отражает конфигурацию реальных микрососудистых узлов, образованных микрососудами, имеющими диаметр внутреннего просвета менее 100 мкм, и справедлива для конфигурации микрососудистых узлов, образованных микрососудами и сосудами, имеющими диаметр внутреннего просвета более 100 мкм. «Закон кубов» выполняется как в первом случае, так и во втором, что указывает на то, что он обусловлен действием общих физических законов: закона неразрывности струи или потока и закона сохранения вещества.

Hughes в своей работе [13] пишет, что применение подхода минимизации затрат оказалось полезным при анализе артериальной сети, хотя не без ограничений, и в этой связи ряд вопросов остается нерешенным. Несмотря на достигнутый прогресс в этой области, необходимы более глубокие знания о стимулах, которые формируют сосудистую сеть, когда их эффекты опосредованы, и в какой степени они синергетичны. Существуют свидетельства того, что напряжение сдвига и давление взаимодействуют, и ряд взаимодействий между разнообразными стимулами может иметь определенный «вес». Продолжая, он пишет о том, что, если бы динамическая оптимизация действительно имела место, сосудистая система должна была бы оптимизировать свою топологию в ответ на неустойчивое физиологическое состояние, и это могло бы быть критическим для выживания.

Должна ли топология быть оптимальной? При ответе на данный вопрос было отмечено (для бронхиального дерева), что оптимальная сеть опасна из-за ее уязвимости к несовершенствам и что в конструкции требуется «запас прочности», который по определению отсутствует в оптимальной структуре. В заключении автор предполагает, что закон Мюррея следует рассматривать скорее, как «руководящие принципы», чем как фактические правила, которые легко может нарушить наличие сосудистой патологии.

В работе [14] приведены результаты изучения влияния возраста на артериальную геометрию. Углы ветвления артерий значимо отличаются у различных возрастных групп, соответственно, с годами топология может утрачивать свою оптимальность в силу естественных процессов старения организма.

Результаты исследования оптимальности углов ветвления артериальных бифуркаций распространяются и на несимметричные бифуркации [15]. Однако общий угол бифуркации ($\theta_1 + \theta_2$) изменяется мало с изменением степени асимметрии. Все бифуркации в диапазоне от симметричных к абсолютно несимметричным имеют полный угол бифуркации в диапазоне от 75° до 100° . Еще одна особенность заключается в том, что в большинстве случаев несимметричных бифуркаций большая из двух ветвей имеет тот же диаметр, что и у родительской артерии. При отношении асимметрии 0.5 радиус меньшей ветви составляет 65% от родительской артерии, радиус большей ветви — 90% от родительского радиуса. Резюмируя, Zamir также отмечает, что данные результаты не являются непреложными правилами и могут быть использованы только качественно в попытке раскрыть физиологические принцип или принципы ветвления артерий в сердечно-сосудистой системе.

Прецедентов применения подхода минимизации затрат к венозной сети и исследования оптимальности углов слияния вен в литературе найдено не было.

Заключение

В ходе исследования было показано, что слияние поверхностных вен, заключенных между листками фасции передней стенки живота, происходит в соответствии с принципом минимальных затрат и эмпирическими правилами Roux в математической интерпретации Мюррея. Соответственно, пользуясь данными правилами, можно выявлять анатомически варианты строения вен, предрасположенных к явным заболеваниям, в т.ч. тромбозам. Однако область применимости данных правил ограничивается 2D-геометрией и требует доработки методики измерения для трехмерного случая, например, при исследовании нижней полой вены.

Конкурирующие интересы. Авторы заявляют, что не имеют конфликтов интересов в отношении авторства и публикации настоящей статьи.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Список литературы/References

- [1] Passariello A., “Wilhelm Roux (1850-1924) and blood vessel branching”, *Journal of Theoretical and Applied Vascular Research*, **1**:1 (2016).
- [2] Свешников А.В., *Компьютерный анализ микрососудистых сетей*, дис. на соискание ученой степени к.м.н., 2007, 133 с. [Sveshnikov A.V., *Computer analysis of microvascular networks*, dissertation for the degree of candidate of medical sciences, Smolensk, 2007, 133 pp.]
- [3] Murray C.D., “The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries”, *J. Gen. Physiol*, **9**:6 (1926), 835–841.
- [4] Rossitti S., Lofgren J., “Vascular dimensions of the cerebral arteries follow the principle of minimum work”, *Stroke*, **24**:3 (1993), 371–377.
- [5] Willems P. W. A., Han K.S., Hillen B., “Evaluation by solid vascular casts of arterial geometric optimisation and the influence of ageing”, *J. Anat.*, **196**:2 (2000), 161–171.
- [6] Багаев С.Н., Захаров В.Н., Орлов В.А., “Закон ветвления кровеносных сосудов”, *Российский журнал биомеханики*, **6**:4 (2002), 13–29. [Bagaev S.N., Zakharov V.N., Orlov V.A., “The law of branching of blood vessels”, *Russian Journal of Biomechanics*, **6**:4 (2002), 13–29].
- [7] Елшин М.А., *Одномерная математическая модель динамики кровотока в русле артериальной системы человека и вариант ее практического применения*, дис. на соискание ученой степени к.ф.-м.н., Саратов, 2009, 145 с. [Elshin M. A., *One-dimensional mathematical model of blood flow dynamics in the mainstream of the human arterial system and a variant of its practical application*, dissertation for the degree of candidate of medical sciences, Saratov, 2009, 145 pp.]
- [8] Богаченко С.Е., Устинов Ю.А., “Модель движения крови в артериальном сосуде во время систолы и анализ напряженного состояния стенки с учетом винтовой анизотропии”, *Российский журнал биомеханики*, **13**:1 (43) (2009), 29–42. [Bogachenko S.E., Ustinov Yu.A., “The model of blood movement in the arterial vessel during systole and the analysis of the stress state of the wall taking into account helical anisotropy”, *Russian Journal of Biomechanics*, **13**:1(43) (2009), 29–42].
- [9] Rossitti S., Lofgren J., “Vascular Dimensions of the Cerebral Arteries Follow the Principle of Minimum Work”, *Stroke*, **24**:3 (March 1993), 371–377.
- [10] Willems P. W. A., Han K.S., Hillen B., “Evaluation by solid vascular casts of arterial geometric optimization and the influence of ageing”, *J. Anat.*, 2000, № 196, 161–171.
- [11] Zamir M., “The Role of Shear Forces in Arterial Branching”, *The journal of general physiology*, **67** (March 1976), 213–222.

- [12] Смородинов А. В., *Синтетическая модель микрососудистых сетей на основе моделирования микрососудистого русла (морфологические, биологические, биофизические, математические аспекты)*, дис. на соискание ученой степени к.м.н., 2007, 183 с. [Smorodinov A. V., *A synthetic model of microvascular networks based on modeling of the microvascular bed (morphological, biological, biophysical, mathematical aspects)*, dissertation for the degree of candidate of medical sciences, Smolensk, 2007, 183 pp.]
- [13] Hughes A. D., "Optimality, Cost Minimization and the Design of Arterial Networks", *Stroke*, 2015, № 10, 1–20.
- [14] Willems P. W. A., Han, K. S., Hillen B., "Evaluation by solid vascular casts of arterial geometric optimisation and the influence of ageing", *Journal of Anatomy*, **196**:2 (2000), 161–171.
- [15] Zamir M., "Nonsymmetrical bifurcations in arterial branching", *The Journal of General Physiology*, **72**:6 (2004), 837–845.

Список литературы (ГОСТ)

- [1] Passariello A. Wilhelm Roux (1850-1924) and blood vessel branching // *Journal of Theoretical and Applied Vascular Research*. 2016. vol. 1. no. 1.
- [2] Свешников А. В. Компьютерный анализ микрососудистых сетей. дис. на соискание ученой степени к.м.н. 2007. 133 с.
- [3] Murray C. D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries // *J. Gen. Physiol.* 1926. vol. 9. no. 6. pp. 835–841.
- [4] Rossitti S., Lofgren J. Vascular dimensions of the cerebral arteries follow the principle of minimum work // *Stroke*. 1993. vol. 24. no. 3. pp. 371–377.
- [5] Willems P. W. A., Han K. S., Hillen B. Evaluation by solid vascular casts of arterial geometric optimisation and the influence of ageing // *J. Anat.* 2000. vol. 196. no. 2. pp. 161–171.
- [6] Багаев С. Н., Захаров В. Н., Орлов В. А. Закон ветвления кровеносных сосудов // *Российский журнал биомеханики*. 2002. Т. 6. №4. С. 13–29.
- [7] Елшин М. А. Одномерная математическая модель динамики кровотока в русле артериальной системы человека и вариант ее практического применения. дис. на соискание ученой степени к.ф.-м.н. Саратов. 2009. 145 с.
- [8] Богаченко С. Е., Устинов Ю. А. Модель движения крови в артериальном сосуде во время систолы и анализ напряженного состояния стенки с учетом винтовой анизотропии // *Российский журнал биомеханики*. 2009. Т. 13. №1 (43). С. 29–42.
- [9] Rossitti S., Lofgren J. Vascular Dimensions of the Cerebral Arteries Follow the Principle of Minimum Work // *Stroke*. 1993. vol. 24. no. 3. pp. 371–377.
- [10] Willems P. W. A., Han K. S., Hillen B. Evaluation by solid vascular casts of arterial geometric optimization and the influence of ageing // *J. Anat.* 2000. vol. 196. pp. 161–171
- [11] Zamir M. The Role of Shear Forces in Arterial Branching // *The journal of general physiology*. 1976. vol 67. pp. 213–222.
- [12] Смородинов А. В. Синтетическая модель микрососудистых сетей на основе моделирования микрососудистого русла (морфологические, биологические, биофизические, математические аспекты). дис. на соискание ученой степени к.м.н. 2007. 183 с.
- [13] Hughes A. D. Optimality, Cost Minimization and the Design of Arterial Networks // *Stroke*. 2015. no. 10. pp. 1–20.
- [14] Willems P. W. A., Han K. S., Hillen B. Evaluation by solid vascular casts of arterial geometric optimisation and the influence of ageing // *Journal of Anatomy*. 2000. vol 196. no. 2. pp. 161–171.
- [15] Zamir M. Nonsymmetrical bifurcations in arterial branching // *The Journal of General Physiology*. 2004. vol. 72. no. 6/ pp. 837–845.

MSC 34C60

Research Article

Conformity of vein merging angles to the rules of Roux in the mathematical interpretation of Murray

**N. R. Urmantseva¹, V. A. Galkin^{1,2}, K. V. Mazayshvili¹,
M. A. Shushaev¹, T. V. Gavrilenko¹**

¹ Surgut State University, 628400, Surgut, Universitetskaya st., 1, Russia

² Scientific Research Institute for System Studies, Federal Research Center, 117218, Moscow, Nahimovskij prosp., 36, c.1.

E-mail: nel-u@yandex.ru

An algorithm has been developed to test the statistical hypothesis, which states that the Roux W. rule in Murray's mathematical interpretation is performed for merging veins located in the same plane between the fascia sheets of the anterior abdominal wall, using the Fisher and Student criteria. Using the author's technique, 100 fusions of the superficial veins of the anterior abdominal wall were studied in 50 patients (without venous pathology) on magnetic resonance images. For the first time, it was shown that the merging of superficial veins, as well as branching of arteries, occurs in accordance with the principle of minimum costs and the rules of thumb of Roux, using which, it is possible to identify anatomically the structure of veins predisposed to obvious diseases, including thrombosis. However, the range of applicability of these rules is limited by 2D geometry and requires refinement of the measurement procedure for the three-dimensional case.

Key words: Statistical hypothesis testing, Fisher test, Student test, Roux rules, magnetic resonance imaging, superficial veins.

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-79-91

Original article submitted: 10.01.2020

Revision submitted: 16.05.2020

For citation. Urmantseva N. R., Galkin V. A., Mazayshvili K. V., Shushaev M. A., Gavrilenko T. V. Conformity of vein merging angles to the rules of Roux in the mathematical interpretation of Murray. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2020, **31**: 2, 79-91. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-79-91

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Urmantseva N. R. et al, 2020

Funding. This research received no specific grant from any funding agency in the public, commercial, or not-for-profit sectors