

DOI: 10.26117/2079-6641-2019-28-3-40-46

ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
УДК 004.932.2

ОБРАБОТКА ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ОТ НАБЛЮДАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ПРОНИ СО ВЗВЕШИВАНИЕМ НАБЛЮДЕНИЙ

В.Г. Андреев, Д.В. Авраменко

Рязанский государственный радиотехнический университет, 390005, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1

E-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

В данной работе описана реализация методики повышения точности спектрального оценивания процесса периодических изменений яркости многочастотных отражений от космических объектов в условиях плавного изменения их интенсивности. Проводится сравнительный анализ для определения относительного отклонения оценки частоты вращения ΔF классическим методом наименьших квадратов Прони и со взвешиванием наблюдений.

Ключевые слова: Метод Прони, весовой вектор, переопределённая система уравнений Юла – Уолкера, спектральное параметрическое оценивание

© Андреев В. Г., Авраменко Д. В., 2019

Введение

Разработкой методик обработки оптических сигналов от астрономических объектов занимаются многие специалисты ведущих стран мира. Подходы к решению данной проблемы различны. Особую актуальность данная задача имеет в условиях априорной неопределённости текущего ракурса и частоты вращения объекта наблюдения. Характерны ситуации, при которых формализация информационной составляющей параметров движения затруднена [1]. Вместе с тем, охарактеризовать динамику объекта могут изменения его блеска [2]. Так же не маловажной проблемой остаётся получение спектральной плотности мощности случайного процесса в условиях коротких временных выборок [3, 4]. Анализ спектра отражённого светового потока позволяет существенно повысить информативность наблюдений за космическими объектами.

Классические параметрические и непараметрические методы спектрального анализа не учитывают плавное изменение мощности отражённого сигнала во время

обсервации, что типично для серии наблюдений за космическим объектом, который проходя рядом с зенитом, имеет как правило, максимальную яркость, а при низких углах места — минимальную [1]. Поэтому применение модели, которая учитывает факт изменения мощности процесса [5]-[7], позволяет, как показано ниже, существенно повысить качество спектрального оценивания отражённого космическим объектом светового сигнала [8, 9].

В данной работе предлагается использовать многочастотный подход к анализу спектра световых отражений от космических объектов методом наименьших квадратов Прони со взвешиванием наблюдений. Интерпретация данного подхода заключается в том, что по мере уменьшения (увеличения) амплитуды сигнала происходит изменение отношения сигнал/шум. Для того чтобы не возмущать модель берутся отсчёты малых (больших) амплитуд с меньшим (большим) весом соответственно.

Методы исследования

Результаты наблюдений за объектом, поступающие по M различным информационным каналам, представим в виде реализации \mathbf{X} дискретного марковского векторного M -мерного случайного процесса конечной связанности:

$$\mathbf{X}=[\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t, \dots, \mathbf{x}_{T-1}],$$

где $\mathbf{x}_t=[x_{0,t}; x_{1,t}; \dots; x_{m,t}; \dots; x_{M-1,t}]^T$ — M -мерный векторный t -й временной отсчёт процесса наблюдения; $x_{m,t}$ — значение t -го наблюдения в m -м канале; $m=0,1,\dots,M-1$; T — знак транспонирования [10]. Математическое описание M -мерного процесса наблюдения сводится к виду:

$$\mathbf{x}_t = \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_k \mathbf{Z}_k^{t-1} + \mathbf{e}_t,$$

где \mathbf{h}_k — M -мерный вектор-столбец k -й комплексной экспоненты:

$$\mathbf{h}_k=[h_{0,k}; h_{1,k}; \dots; h_{m,k}; \dots; h_{M-1,k}]^T$$

реализации $\mathbf{h}=[\mathbf{h}_0; \mathbf{h}_1; \dots; \mathbf{h}_k; \dots; \mathbf{h}_{K-1}]^T$ комплексной амплитуды (параметр не зависящий от времени); $\mathbf{Z}_k=[\mathbf{Z}]$ — $[(T \times K) \times M]$ -мерная матрица k -й комплексной экспоненты, описывающая параметр зависящий от времени; \mathbf{e}_t — M -мерный вектор-столбец t -ого векторного отсчёта $\mathbf{e}_t=[e_{0,t}; e_{1,t}; \dots; e_{m,t}; \dots; e_{M-1,t}]^T$ процесса ошибки аппроксимации. Компоненты $h_{m,k}$ матрицы \mathbf{h}_k и элементы матрицы \mathbf{Z} рассчитываются из соотношений:

$$h_{m,k}=A_{m,k} \exp(i\theta_{m,k}m),$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ z_{0,1} & z_{1,2} & \dots & z_{m,k} & \dots & z_{M-1,K} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{0,1}^{T-1} & z_{1,2}^{T-1} & \dots & z_{m,k}^{T-1} & \dots & z_{M-1,K}^{T-1} \end{bmatrix},$$

$$z_{m,k}=\exp[(\alpha_{m,k} + i2\pi F_{m,k})/T],$$

где $A_{m,k}$ — амплитуда; $\theta_{m,k}$ — начальная фаза; $\alpha_{m,k}$ — коэффициент затухания; $F_{m,k}$ — частота k -й комплексной экспоненты M -мерного процесса; i — мнимая единица.

Метод наименьших квадратов Прони по подгонке модели из K экспонент сводится к задаче полиномиальной факторизации, состоящей из трех этапов [11]. Первый этап заключается в оценке авторегрессионных параметров коэффициентов линейного предсказания на основе ковариационного метода. Второй этап состоит в вычислении корня полинома $z_{m,k}$, сформированного из коэффициентов \mathbf{a}_k авторегрессии, благодаря которому можно определить коэффициент затухания $\alpha_{m,k}$ и частоту $F_{m,k}$ k -й синусоиды. Заключительный этап представляет собой получение комплексных параметров $h_{m,k}$, вычисление которых позволяет определить амплитуду $A_{m,k}$ и начальную фазу $\theta_{m,k}$.

Аппроксимация \mathbf{X} , описываемая выше, становится линейной относительно параметров $h_{m,k}$ и $z_{m,k}$, поэтому её можно представить в виде системы уравнений, записанной в матричном виде: $\mathbf{X}=\mathbf{Z}\mathbf{h}$.

В условиях плавно изменяемой мощности сигнала и учёта стохастической модели шума, сформируем функцию затухания по отсчётам \mathbf{X} наблюдений, для того чтобы не возмущать данную модель предлагается взвесить отсчёты \mathbf{X} весовым вектором \mathbf{w}_t , где \mathbf{w}_t — M -мерный вектор-столбец t -ого векторного отсчёта:

$$\mathbf{w}_t=[\omega_{0,t}; \omega_{1,t}; \dots; \omega_{m,t}; \dots; \omega_{M-1,t}]^T$$

реализации $\mathbf{w}=[\mathbf{w}_0; \mathbf{w}_1; \dots; \mathbf{w}_t; \dots; \mathbf{w}_{T-1}]^T$, имеющий смысл весов значимости наблюдаемых отсчётов, с компонентами:

$$w_{m,t} = \exp(-2\alpha t), \quad (1)$$

где w_t — весовой коэффициент отсчётов данных, зависящий от оценки коэффициента затухания α . Анализируя выражение (1) получим, что при $\alpha \rightarrow 0$ весовые коэффициенты удовлетворяют приближительному равенству $w \approx 1$, на временном интервале $t=0 \dots T-1$, а при $\alpha \rightarrow 1$ значение w стремится к нулю для $t=1 \dots T-1$, отражая тенденцию потери оценки потенциальной точности отсчётов \mathbf{X} наблюдений при плавно изменяемой мощности сигнала. Поэтому значение веса $0 \leq w_t \leq 1$ учитывает уменьшение точности оценки отсчётов \mathbf{X} , при коэффициенте затухания $0 \leq \alpha \leq 1$. При учёте величин w_t , формирующих вектор \mathbf{w} , изменения амплитуды сигнала x_t за время T наблюдений можем представить в следующем виде:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{W}, \quad (2)$$

где \mathbf{Y} — реализация отражений от наблюдаемого объекта со взвешиванием отсчётов \mathbf{X} ; $\mathbf{W}=\text{diag}(\mathbf{w})$ — квадратная матрица с элементами w_t вектора \mathbf{w} на главной диагонали.

Результаты и обсуждения исследований

Исследования предлагаемой методики оценки спектральной плотности мощности начнём с того, что проанализируем экспериментальную последовательность \mathbf{Y} , представленную тремя ($M=3$) компонентами R, G, B видимого диапазона. Последовательность представляет собой реализацию модельного процесса отражений от

вращающегося космического аппарата Cassini. Его конфигурация сформирована при помощи компьютерной графики по 3D модели с учётом цветов отдельных элементов. Методика построения изображения соответствует принятым в OpenGL принципам, т.е. получению наборов векторных графических примитивов в виде точек, линий и многоугольников с последующей математической обработкой полученных данных и построением растрового изображения.

Критерием оценки эффективности рассматриваемой методики введём относительные отклонения ΔF оцененных частот \hat{F} вращения от истинных частот F для каждого из R, G, B цветов:

$$\Delta F = \frac{|\hat{F} - F|}{F} \cdot 100\%. \quad (3)$$

Для сравнения данного подхода результаты зависимости $\Delta F(\alpha)$ относительного отклонения \hat{F} от истинных значений F при $\sigma=10^{-3}$, $p=9$ и различных значениях затухания α рассмотрим рисунок.

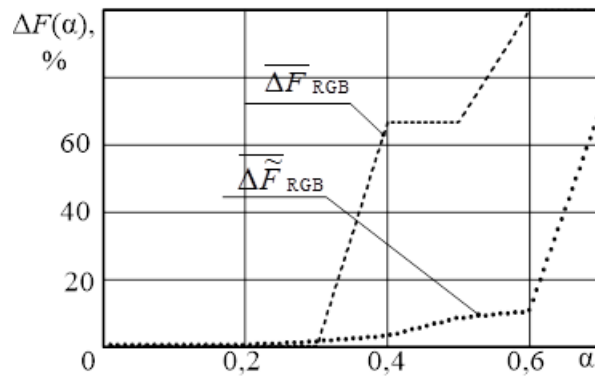


Рисунок. Оценка относительной ошибки от затухания

На рисунке представлены усреднённые по трём цветовым компонентам R, G, B зависимости относительных ошибок от коэффициента α затухания методом Прони $\overline{\Delta F}_{\text{RGB}}$ — пунктирная кривая, и предложенной методикой $\overline{\Delta \tilde{F}}_{\text{RGB}}$ — точечная кривая.

Анализ показал, что учёт изменения отношения сигнал/шум по мере уменьшения (увеличения) амплитуды сигнала, основанный на взвешивании с помощью весового вектора $\mathbf{w}=[w_i]$ наблюдений \mathbf{X} позволяет снизить зависимость относительного отклонения ΔF до 23 раз. Так при $\alpha=0.4$ и порядке модели $p=9$ относительная ошибка метода наименьших квадратов Прони, усреднённое по трём цветам $\overline{\Delta F}_{\text{RGB}}=(\Delta F_R+\Delta F_G+\Delta F_B)/3=66.8\%$, а для метода Прони со взвешиванием отсчётов относительное отклонение составляет $\overline{\Delta \tilde{F}}_{\text{RGB}}=2.9\%$.

Выводы

Эксперименты показали, что при использовании весового вектора \mathbf{w} для компенсации возмущений модели предложенным методом Прони величины ΔF , рассчитанные по (3), уменьшаются от 1.4 до 23 раз, так как учитывается связь между оценкой коэффициента затухания α и весовыми коэффициентами w_i . Таким образом, показано, что целесообразно использовать метод наименьших квадратов Прони со взвешиванием отсчётов для спектрального анализа, плавно меняющего свою интенсивность процесса \mathbf{X} световых отражений от космического объекта и малого (1...5) коли-

чества наблюдаемых периодов вращения. Повышение качества спектрального оценивания достигается за счёт учёта изменений отношения сигнал/шум затухающего процесса при расчёте параметров модели Прони векторного процесса \mathbf{Y} наблюдений по (2).

Список литературы/References

- [1] Авраменко Д.В., “Спектральное оценивание многочастотных отражений от вращающегося космического объекта методом наименьших квадратов Прони”, *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*, **61:3** (2017), 8-12. [Avramenko D.V., “Spektral’noye otsenivaniye mnogochastotnykh otrazheniy ot vrashchayushchegosya kosmicheskogo ob’yekta metodom naimen’shikh kvadratov Proni”, *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, **61:3** (2017), 8-12].
- [2] Диденко А.В., *Исследование фотометрических характеристик геостационарных ИСЗ методом электрофотометрии*, диссертация на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук, АлмаАта, 1991, 122 с. [Didenko A.V., *Issledovaniye fotometricheskikh kharakteristik geostatsionarnykh ISZ metodom elektrofotometrii*, dissertatsiya na soiskaniye uch. st. kand. fiz.-mat. nauk, AlmaAta, 1991, 122 pp.]
- [3] Андреев В.Г., Чан Н.Л., “Синтез модифицированной переопределённой авторегрессионной модели по короткой выборке случайного процесса”, *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*, **54:4** (2015), 45-49. [Andreyev V.G., Chan N.L., “Sintez modifitsirovannoy pereopredelonnoy avtoregressionnoy modeli po korotkoй vyborke sluchaynogo protsessa”, *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, **54:4** (2015), 45-49].
- [4] Андреев В.Г., Воскресенский А.В., “Оптимизация коэффициентов авторегрессионных фильтров обработки и моделирования сигналов конечной длительности”, *Изв. вузов. Радиоэлектроника*, **46:2** (2003), 76-80. [Andreyev V.G., Voskresenskiy A.V., “Optimizatsiya koeffitsiyentov avtoregressionnykh fil’trov obrabotki i modelirovaniya signalov konechnoy dlitel’nosti”, *Izv. vuzov. Radioelektronika*, **46:2** (2003), 76-80].
- [5] Андреев В.Г., Нгуен Т.Ф., “Адаптивный алгоритм подавления комбинированных помех с изменяющейся мощностью некоррелированной компоненты”, *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*, **47:1** (2014), 47-50. [Andreyev V.G., Nguyen T.F., “Adaptivnyy algoritm podavleniya kombinirovannykh pomekh s izmenyayushcheysya moshchnost’yu nekorrelirovannoy komponenty”, *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, **47:1** (2014), 47-50].
- [6] Андреев В.Г., Нгуен Т.Ф., Нарбеков А.Ю., “Адаптивная фильтрация комбинированных помех”, *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*, **45:3** (2013), 38-41. [Andreyev V.G., Nguyen T.F., Narbekov A.YU., “Adaptivnaya fil’tratsiya kombinirovannykh pomekh”, *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, **45:3** (2013), 38-41].
- [7] Паршин В.С., Багдагюлян А.А., “Модифицированный метод наименьших квадратов Прони, использующий итерационный метод Штейнглица – МакБрайда”, *Цифровая обработка сигналов и её применение*, 9-я МНТК Труды РНТОРЭС им. Попова. Т. IX-1, 2007, 77-80. [Parshin V.S., Bagdadyulyan A.A., “Modifitsirovannyy metod naimen’shikh kvadratov Proni, ispol’zuyushchiy iteratsionnyy metod Shteynplitza – MakBrayda”, *Tsifrovaya obrabotka signalov i yeyo primeneniye*, 9-ya MNTK Trudy RNTORES im. Popova. V. IX-1, 2007, 77-80].
- [8] Алешин В.П., Новгородцев Д.Д., Симонов Г.В., “Оценки некоординатных параметров КА с помощью реальных оптических наблюдений и их заатмосферного прогноза”, *Электромагнитные волны и электронные системы*, 2013, № 1, 4-11. [Aleshin V.P., Novgorodtsev D.D., Simonov G.V., “Otsenki nekoordinatnykh parametrov KA s pomoshch’yu real’nykh opticheskikh nablyudeniy i ikh zaatmosfernogo prognoza”, *Elektromagnitnyye volny i elektronnyye sistemy*, 2013, № 1, 4-11].
- [9] Vochkarev N.G., *Osnovy fiziki mezhzvezdnoy sredy*, Librokom, M., 2010, 352 с.
- [10] Андреев В.Г., “Векторный регрессионный спектральный анализ отражений от вращающегося объекта”, *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*, **32:2** (2010), 43-48. [Andreyev V.G., “Vektornyy regressionnyy spektral’nyy analiz

otrazheniy ot vrashchayushchegosya ob"yekt", *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta*, **32:2** (2010), 43-48].

- [11] Марпл-мл. С.Л., *Цифровой спектральный анализ и его приложения*, Мир, М., 1990, 584 с. [Marpl-ml. S.L., *Tsifrovoy spektral'nyy analiz i yego prilozheniya*, Mir, M., 1990, 584 pp.]

Список литературы (ГОСТ)

- [1] Авраменко Д.В. Спектральное оценивание многочастотных отражений от вращающегося космического объекта методом наименьших квадратов Прони // *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*. 2017. №3. Вып. 61. С. 8-12.
- [2] Диденко А. В. Исследование фотометрических характеристик геостационарных ИСЗ методом электрофотометрии: диссертация на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. АлмаАта, 1991. 122 с.
- [3] Андреев В.Г., Чан Н.Л. Синтез модифицированной переопределённой авторегрессионной модели по короткой выборке случайного процесса // *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*. 2015. №4. Вып. 54. С. 45-49.
- [4] Андреев В.Г., Воскресенский А.В. Оптимизация коэффициентов авторегрессионных фильтров обработки и моделирования сигналов конечной длительности // *Изв. вузов. Радиоэлектроника*. 2003. Т. 46. №2. С. 76-80.
- [5] Андреев В.Г., Нгуен Т.Ф. Адаптивный алгоритм подавления комбинированных помех с изменяющейся мощностью некоррелированной компоненты // *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*. 2014. №1. Вып. 47. С. 47-50.
- [6] Андреев В.Г., Нгуен Т.Ф., Нарбеков А.Ю. Адаптивная фильтрация комбинированных помех // *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*. 2013. №3. Вып. 45. С. 38-41.
- [7] Паршин В.С., Багдадюлян А.А. Модифицированный метод наименьших квадратов Прони, использующий итерационный метод Штейнгица – МакБрайда // *Цифровая обработка сигналов и её применение 9-я МНТК Труды РНТОРЭС им. Попова*. 2007. Вып. IX-1. С. 77-80.
- [8] Алешин В.П., Новгородцев Д.Д., Симонов Г.В. Оценки некоординатных параметров КА с помощью реальных оптических наблюдений и их заатмосферного прогноза // *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2013. №1. С. 4-11.
- [9] Бочкарев Н.Г. Основы физики межзвездной среды. М.: Либроком, 2010. С. 286-290.
- [10] Андреев В.Г. Векторный регрессионный спектральный анализ отражений от вращающегося объекта // *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*. 2010. №2. Вып. 32.— С. 43-48.
- [11] Марпл-мл. С.Л. *Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ.* М.: Мир, 1990.— 584 с.

Для цитирования: Андреев В.Г., Авраменко Д.В. Обработка оптических сигналов от наблюдаемых объектов методом наименьших квадратов Прони со взвешиванием наблюдений // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. 2019. Т. 28. № 3. С. 40-46. DOI: 10.26117/2079-6641-2019-28-3-40-46

For citation: Andrejev V. G., Avramenko D. V. Optical signal processing from observed objects the method of the least square Prony with weighing observations, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*. 2019, **28**: 3, 40-46. DOI: 10.26117/2079-6641-2019-28-3-40-46

DOI: 10.26117/2079-6641-2019-28-3-40-46

INFORMATION AND COMPUTING TECHNOLOGIES

MSC 78A60

OPTICAL SIGNAL PROCESSING FROM OBSERVED OBJECTS THE METHOD OF THE LEAST SQUARE PONY WITH WEIGHING OBSERVATIONS

V. G. Andrejev, D. V. Avramenko

Ryazan state radio engineering University, 390005, Ryazan, Gagarina street, 59/1
E-mail: andrejev.v.g@rsreu.ru

This paper describes the implementation of a technique to improve the accuracy of spectral evaluation of periodic changes in the brightness of multi-frequency reflections from space objects under conditions of a smooth change in their intensity. A comparative analysis is carried out to determine the relative deviation of the estimate of the rotational speed ΔF by the classical method of the smallest squares of the Proni and weighing observations.

Key words: Prony's method, the weight vector, the redefined system of the equations of Yule – Walker spectral parametric estimation

© Andrejev V. G., Avramenko D. V., 2019