

DOI: 10.18454/2079-6641-2016-12-1-48-54

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.953

**О ЛОГНОРМАЛЬНОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ В
ИМПУЛЬСАХ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ГЕОАКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ**

А. В. Водянова¹, Ю. В. Марапалец^{1,2}

¹ Камчатский государственный университет им. Витуса Беринга, 683000, Камчатский край, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4

² Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, п. Паратунка, ул. Мирная, 7

E-mail: marpl@ikir.ru

Статья посвящена выявлению закона распределения частот в сигналах высокочастотной геоакустической эмиссии, возникающих в результате дислокационных изменений в осадочных породах. Для обработки эмиссионных импульсов используется разреженная аппроксимация, в результате которой происходит разложение сигнала на атомы с определенной частотой, соответствующей размеру сдвигового источника. На основании критерия Колмогорова было установлено, что распределение атомов в геоакустическом сигнале соответствует логнормальному закону.

Ключевые слова: высокочастотная геоакустическая эмиссия, разреженная аппроксимация, логнормальный закон распределения

© Водянова А. В., Марапалец Ю. В., 2016

MATHEMATICAL MODELING

MSC 74S60

**ON THE LOGNORMAL LAW OF FREQUENCY DISTRIBUTION IN
HIGH-FREQUENCY GEOACOUSTIC EMISSION PULSES**

A. V. Vodyanova¹, Yu. V. Marapulets^{1,2}

¹ Vitus Bering Kamchatka State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Pogranichnaya st., 4, Russia

² Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

E-mail: marpl@ikir.ru

The paper is devoted to the detection of the law of frequency distribution in high-frequency geoaoustic emission signals generated in the result of dislocation changes in sedimentary rocks. Sparse approximation is used for emission pulse processing. As a consequence, a signal is decomposed into atoms with a definite frequency corresponding to the size of a shear source. On the basis of Kolmogorov criteria, it was ascertained that distribution of atoms in a geoaoustic signal corresponds to the lognormal law.

Key words: high-frequency acoustic emission, sparse approximation, lognormal law

© Vodyanova A. V., Marapulets Yu. V., 2016

Введение

Акустическая эмиссия в твердых телах представляет собой упругие колебания, возникающие в результате дислокационных изменений в среде. Характеристики возбуждаемого при этом импульсного излучения непосредственно связаны с особенностями пластических процессов, чем и обусловлен интерес к исследованиям эмиссии с целью развития методов акустической диагностики сред. В геофизике акустическая эмиссия рассматривается в трех основных диапазонах: инфразвуковом для регистрации землетрясений и оценки их характеристик; звуковом для исследования деформационных процессов, при поиске и картировании полезных ископаемых, а также при изучении предвестников сильных землетрясений; ультразвуковом при лабораторном деформировании образцов горных пород для изучения механизмов трещинообразования.

На Камчатке с 1999 г. проводятся исследования высокочастотной геоакустической эмиссии (ГАЭ) в широком диапазоне звуковых частот от сотен герц до первых десятков килогерц. Выявлена связь эмиссионных сигналов с динамикой пластического процесса, протекающего в одном из самых сейсмически активных регионов планеты [1, 2].

Сигнал ГАЭ складывается из последовательности релаксационных импульсов различной амплитуды и длительности, с ударным возбуждением и частотой заполнения от единиц до десятков килогерц. Частота их следования в спокойные периоды составляет единицы в секунду, а во время аномалий, предшествующих сейсмическим событиям, достигает десятков и даже сотен в секунду [3].

Регистрация и первичный анализ сигналов ГАЭ производится как во всем принимаемом диапазоне частот (0,1 – 10000 Гц), так и на выходе полосовых фильтров, делящих частотный диапазон на несколько поддиапазонов. Такая система позволяет оперативно выявлять акустические сигналы различной природы и при этом анализировать их в широком диапазоне [4].

Традиционно для анализа сигналов импульсной природы используются классические методы частотно-временного анализа: преобразование Фурье, оконное преобразование Фурье, вейвлет-анализ. Однако в связи с малой длительностью, временной локализованностью аномалий и сильной зашумленностью классический частотно-временной анализ сигналов ГАЭ не дает желаемых результатов. В 2011 году для анализа внутренней структуры сигналов ГАЭ было предложено использовать метод разреженной аппроксимации [5].

Аппроксимация сигнала – задача его представления в виде суперпозиции некоторого набора функций из заданного семейства (словаря) [3]

$$f(t) = \sum_{m=0}^{N-1} a_m g_m(t) + R_N, \|R_N\| \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $f(t)$ – исследуемый сигнал, $g_m(t)$ – элемент (атом) словаря $D = \{g_m(t), \|g_m\| = 1\}$, a_m – коэффициенты разложения, N – количество элементов разложения, R_N – ошибка аппроксимации.

Разреженная аппроксимация предполагает построение модели сигнала, содержащей наименьшее число элементов. Методы разреженной аппроксимации используются для разложения сигналов в избыточных словарях, то есть словарях, количество атомов которых много больше размерности сигнала. Следует отметить, что задача

поиска оптимального базиса разложения, содержащего наименьшее количество элементов и одновременно минимизирующего ошибку аппроксимации, обладает большой вычислительной сложностью. В ходе вычислительных экспериментов было установлено, что из алгоритмов разреженной аппроксимации наименее затратным для анализа сигналов ГАЭ является алгоритм согласованного преследования (Matching Pursuit), предложенный Mallat S. и Zhang S. Суть данного алгоритма сводится к итеративному поиску элементов разложения, минимизирующих на каждом шаге ошибку аппроксимации [3].

Описание подхода к обработке сигналов ГАЭ и полученный результат

В случае сильного затухания, которое имеет место в осадочных породах, пространственный масштаб эмиссионного сигнала сопоставим с длиной его ослабления, а она в свою очередь сравнима с расстоянием до источника, таким образом, по длительности сигнала ГАЭ можно определить расстояние до его источника [1]. Так как в области изучения ГАЭ преобладают сдвиговые источники акустической эмиссии, расположенные на расстоянии до первых десятков метров от приемника, для оценки их размера можно воспользоваться формулой Дж. Бруна, которая, несмотря на максимальную погрешность, является наиболее простой для расчета [1]:

$$l = \frac{2.34V_p}{2\pi f}, \quad (2)$$

где l – размер источника, V_p – скорость продольных колебаний в осадочных породах, f – частота сигнала от источника.

С учетом этого, используя алгоритмы разреженной аппроксимации можно получить разложение сигнала ГАЭ на атомы, где каждый атом будет характеризоваться своей частотой, соответствующей размерам сдвиговых источников в породах.

Следует также отметить, что в записях сигналов ГАЭ на низких (до 700 Гц) и на высоких (от 12000 Гц) частотах могут присутствовать помехи от различных источников. Таким образом, для того чтобы полученное в ходе применения алгоритма согласованного преследования разложение сигнала было более достоверным, необходимо предварительно его отфильтровать. В нашей работе был спроектирован и реализован эллиптический полосовой фильтр с полосой пропускания от 700 Гц до 12000 Гц. Следует отметить, что очистку данных можно реализовывать с использованием разреженной аппроксимации, как это предложено в [6].

В качестве исходных данных для анализа использованы все атомы, выявленные в 5 записях сигналов ГАЭ, произведенных в 2014 году в разные периоды времени, длительность записей составляла 15 минут. Всего было проанализировано 18167 геоакустических импульсов. Объединив полученные разложения сигналов на атомы, получена статистика – массив частот для соответствующего сдвига. Имея такую статистику, можно узнать, распределены ли размеры сдвиговых источников относительно друг друга случайным образом или их распределение подчиняется определенному закону.

Для того, чтобы выдвинуть гипотезу о законе распределения можно воспользоваться графическим представлением эмпирических данных, то есть построить гистограмму на основе полученной статистики (рис. 1).

Из графического представления эмпирических данных следует, что вероятное распределение частот может относиться к одному из трех наиболее возможных рас-

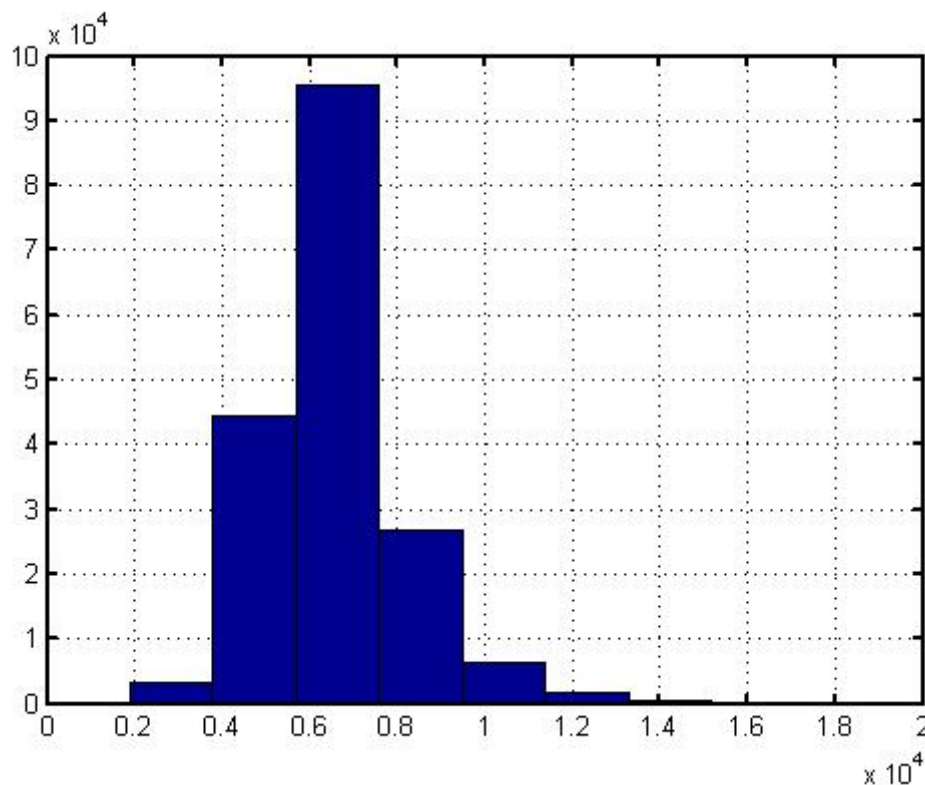


Рис. 1. Представление статистических данных в виде гистограммы

пределений, обобщенные графики которых представлены на рис. 2, а именно показательному (рис. 2а), нормальному (рис. 2б), логнормальному (рис. 2в) распределению вероятностей.

Существуют специальные алгоритмы для проверки достоверности статистических гипотез. Наиболее известными являются критерий Пирсона и критерий Колмогорова. Для простоты вычислений воспользуемся критерием Колмогорова. В качестве меры расхождения между теоретическим и эмпирическим распределениями рассмотрим максимальное значение абсолютной величины разности между эмпирической функцией распределения $F_n(x)$ и соответствующей теоретической функцией распределения:

$$D = |F_n(x) - F(x)|, \quad (3)$$

называемой статистикой критерия Колмогорова [7].

Какова бы ни была функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X , при неограниченном увеличении числа наблюдений ($n \rightarrow \infty$) вероятность неравенства $P(D\sqrt{n} \geq \lambda)$ стремится к пределу

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2\lambda^2}. \quad (4)$$

Затем из равенства (4) определяют вероятность того, что за счет чисто случайных причин максимальное расхождение между $F_n(x)$ и $F(x)$ окажется не меньше, чем фактически наблюдаемое.

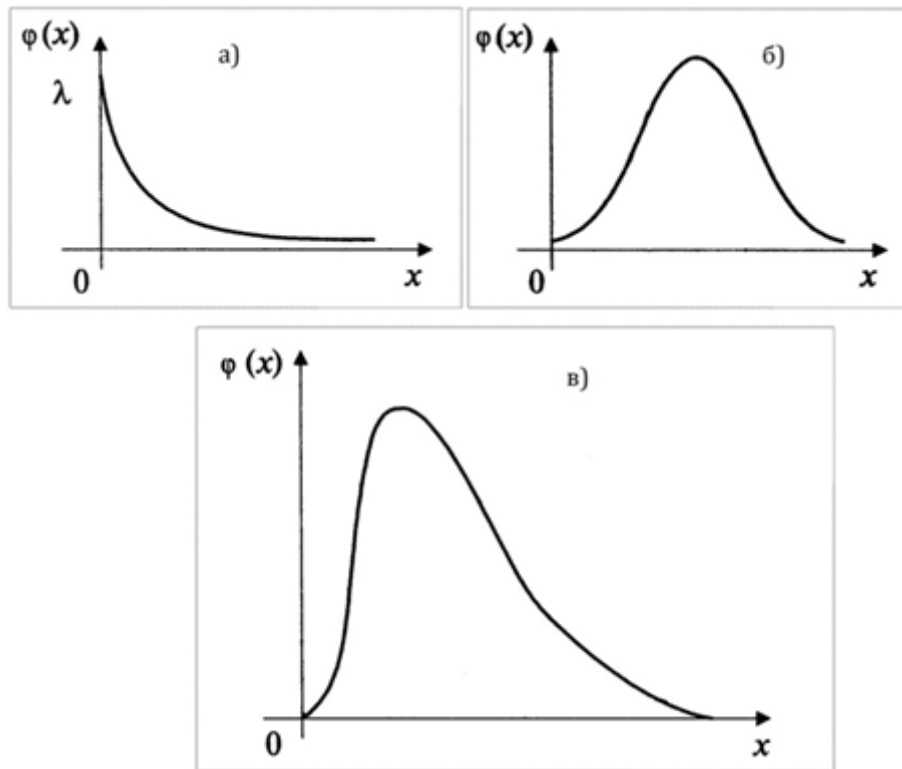


Рис. 2. Обобщенные графики некоторых законов распределения: а) показательный закон распределения; б) нормальный закон распределения; в) логнормальный закон распределения

Если вероятность $P(\lambda)$ мала (меньше 0,05), то гипотезу следует отвергнуть, как неправдоподобную; при сравнительно больших значениях $P(\lambda)$ гипотезу можно считать совместимой с опытными данными. Значения $P(\lambda)$ берутся из специальных таблиц [8].

Исходя из графического представления данных, было выдвинуто три гипотезы:

- 1) распределение подчиняется показательному закону;
- 2) распределение подчиняется нормальному закону;
- 3) распределение подчиняется логнормальному закону.

Чтобы применить критерий Колмогорова для проверки справедливости выдвигаемых гипотез, необходимо выполнить следующие действия:

- 1) Построить эмпирическую функцию распределения $F_n(x)$ и предполагаемые теоретические функции распределения $F(x)$ для показательного, нормального и логнормального распределений соответственно (рис. 3).
- 2) Определить меру расхождения между теоретическим и эмпирическим распределением D и вычислить величину

$$\lambda = \frac{\sqrt{n}}{D}. \quad (5)$$

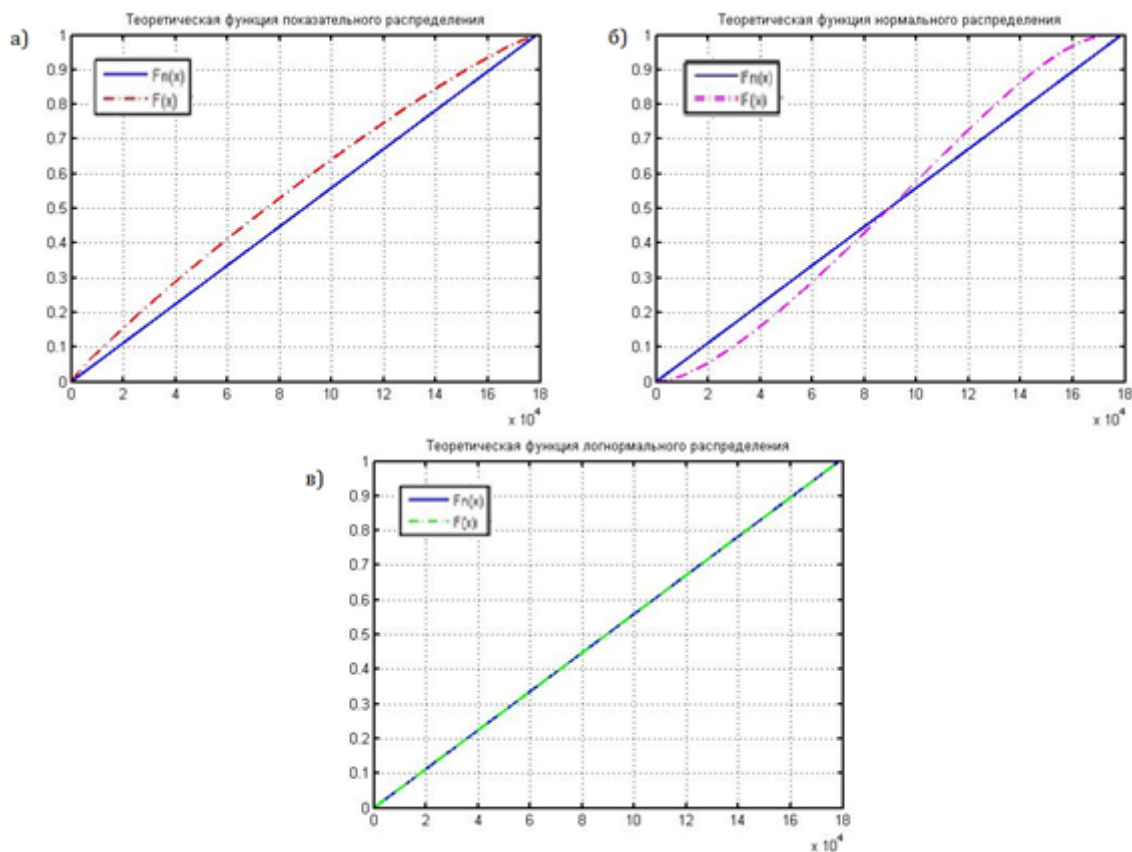


Рис. 3. Графическое сравнение эмпирической $F_n(x)$ и теоретической $F(x)$ функций распределения: а) $F(x)$ соответствует показательному закону распределения; б) $F(x)$ соответствует нормальному закону распределения; в) $F(x)$ соответствует логнормальному закону распределения

3) Для вычисленного λ по специальной таблице значений определить вероятность $P(\lambda)$ [8].

Результаты вычислений представлены в таблице.

Результаты вычислений для трех законов распределения Таблица

Закон распределения	λ	$P(\lambda)$
Показательное распределение	34,875737351463920	0
Нормальное распределение	35,096495617372746	0
Логнормальное распределение	0,011829027654287	≈ 1

Исходя из данных, представленных в таблице, верхняя граница абсолютной ошибки приближенного равенства

$$F_n(x) \approx F(x) \quad (6)$$

равна $D \approx 0,000027985179$ для любого значения x при логнормальном распределении.

Из графиков, представленных на рис. 3, также видно, что минимальные расхождения между эмпирической и теоретической функциями распределения можно наблюдать именно у логнормального закона. Таким образом, можно сделать вывод, что рассматриваемая статистика, гистограмма которой изображена на рис. 1, имеет логнормальный закон распределения.

Полученный результат хорошо согласуется с данными работы [9], в которой описан процесс образования микротрещин внутри образца напряженного твердого тела и показано, что наблюдаемая акустическая эмиссия от трещин должна отображать логнормальное распределение на каждой заданной частоте.

Заключение

В ходе исследования данных, полученных путем обработки сигналов ГАЭ с помощью метода разреженной аппроксимации, было установлено, что распределение эмиссионных частот, связанное с возникновением сдвиговых источников в породах, подчиняется логнормальному закону распределения.

Список литературы

- [1] Ларионов И. А., Марапулец Ю. В., Мищенко М. А., “Отклик высокочастотной геоакустической эмиссии на активизацию пластических процессов в сейсмоактивном регионе”, *Ученые Записки Физического Факультета МГУ*, 2014, № 6, 146311.
- [2] Марапулец Ю. В., “Высокочастотный акустоэмиссионный эффект”, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2015, № 1(10), 44-53.
- [3] Афанасьева А. А., Луковенкова О. О., Марапулец Ю. В., “Применение разреженной аппроксимации и методов кластеризации для описания структуры временных рядов акустической эмиссии”, *Цифровая обработка сигналов*, 2013, № 2, 30-34.
- [4] Марапулец Ю. В., Мищенко М. А., Шадрин А. В., Щербина А. О., *Методы исследования высокочастотной геоакустической эмиссии: монография*, КамчатГТУ, Петропавловск-Камчатский, 2007, 106 с.
- [5] Луковенкова О. О., Тристанов А. Б., “Адаптивный алгоритм согласованного преследования с уточнением на смешанных словарях в анализе сигналов геоакустической эмиссии”, *Цифровая обработка сигналов*, 2014, № 2, 54–57.
- [6] Луковенкова О. О., “Очистка сигналов геоакустической эмиссии от природных и техногенных шумов методом разреженной аппроксимации”, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2015, № 2(11), 77–81.
- [7] Кремер Н. Ш., *Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов*, ЮНИТИ-ДАНА, М., 2004, 573 с.
- [8] Ребро И. В., Носенко В. А., Короткова Н. Н., *Прикладная математическая статистика для технических специальностей: учебное пособие*, ИУНЯ ВолгГТУ, Волгоград, 2011, 149 с.
- [9] Gregori G. P., Paparo G., *Lognormality and fractality. A unique rationale for different phenomena*, Phys. Review. Preprint, 2010.