



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. И. Паровик, Модель радиоактивного распада радона, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2012, выпуск 1(4), 18–23

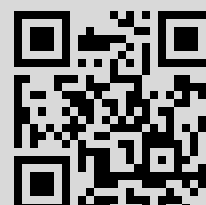
DOI: <http://dx.doi.org/10.18454/2079-6641-2012-4-1-18-23>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 77.82.194.116

16 июля 2016 г., 14:44:01



УДК 517.955

## МОДЕЛЬ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА РАДОНА

**Паровик Р.И.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7

<sup>2</sup> Филиал Дальневосточного Федерального государственного университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1

E-mail: romanparovik@gmail.com

В работе предложена модель радиоактивного распада вещества на примере радона ( $^{222}\text{Rn}$ ). В модели предполагается, что вероятность распада радона, а также период его полураспада зависят от фрактальных свойств геологической среды. Установлены зависимости параметров распада от фрактальной размерности среды.

*Ключевые слова: фрактальная размерность, радиоактивный распад, дробная производная*

© Паровик Р.И., 2012

MSC 00A71

## MODEL RADIOACTIVE RADON DECAY

**Parovik R.I.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Krai, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

<sup>2</sup> Branch of the Far Eastern Federal State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Tushkanova st., 11 / 1, Russia

E-mail: romanparovik@gmail.com

In a model of radioactive decay of radon in the sample ( $^{222}\text{Rn}$ ). The model assumes that the probability of the decay of radon and its half-life depends on the fractal properties of the geological environment. The dependencies of the decay parameters of the fractal dimension of the medium.

*Key words: fractal dimension, radioactive decay, a fractional derivative*

© Parovik R.I., 2012

## ВВЕДЕНИЕ

В 2005 году вышла работа немецких физиков [1], в которой приводился эксперимент по ускорению процесса распада нестабильных ядер железа ( $^{57}\text{Fe}$ ). С помощью искусственно созданной слоистой структуры с центром в виде тонкой пленки  $^{57}\text{Fe}$  был организован рентгеновский волновод.

В эксперименте короткая вспышка рентгеновского излучения проходила вдоль железного слоя волновода и приводила ядра в неустойчивое возбужденное состояние. Далее через долю микросекунды ядра переходили в исходное состояние с испусканием рентгеновского фотона исходной энергии, при этом наблюдалось изменение вероятности распада возбужденного состояния ядра. В результате такого изменения ядро в 6 раз быстрее стало испускать гамма-квант.

Авторы объясняют этот эффект наличием ограниченного пространства (стенками волновода) так как, попадая в волновод, фотон имеет несколько другое распределение, чем в пустом неограниченном пространстве.

Следовательно, можно сделать вывод о том, что распад нестабильных ядер может в зависимости от конкретных ситуаций ускоряться или замедляться. Поэтому может изменяться  $T$  – период полураспада вещества и  $\lambda$  – вероятность распада вещества.

Если волновод заполнен фрактальной геологической средой, то естественно предположить, что параметры  $\lambda$  и  $T$  должны зависеть от фрактальной размерности среды. В настоящей работе согласно этому предположению предложена новая модель радиоактивного распада радона.

## МОДЕЛЬ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА $^{222}\text{Rn}$ .

Закон распада радионуклидов [2] интерпретируется так: число атомов радона  $\Delta N$ , распадающихся за промежуток времени между  $t$  и  $t + \Delta t$ , пропорционально числу атомов радона еще не распавшихся к моменту и некоторой постоянной величины  $\lambda$ , характеризующей скорость превращений данного элемента.

С помощью математического уравнения этот закон можно записать в дифференциальной форме следующим образом:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \quad (1)$$

Знак минус говорит об уменьшении числа атомов в процессе распада. Уравнение (1) предполагает наличие стопроцентной концентрации частиц радиоактивного радона в рассматриваемом пространстве. Если известно число атомов радона  $N_0$  в начальный момент времени  $t = 0$ , то решение уравнения (1) запишется так:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

Из уравнения (1) постоянная распада определяется как отношение:

$$\lambda = \left| \frac{\frac{dN(t)}{dt}}{N(t)} \right| \quad (3)$$

Для радона  $\lambda = 2,1 \cdot 10^{-6} \text{c}^{-1}$  [2]. Период полураспада радона  $T$  определяется согласно уравнению (2), когда  $N = N_0/2$  и составляет  $T = \ln 2/\lambda \approx 3,82$  дня (рис.1).

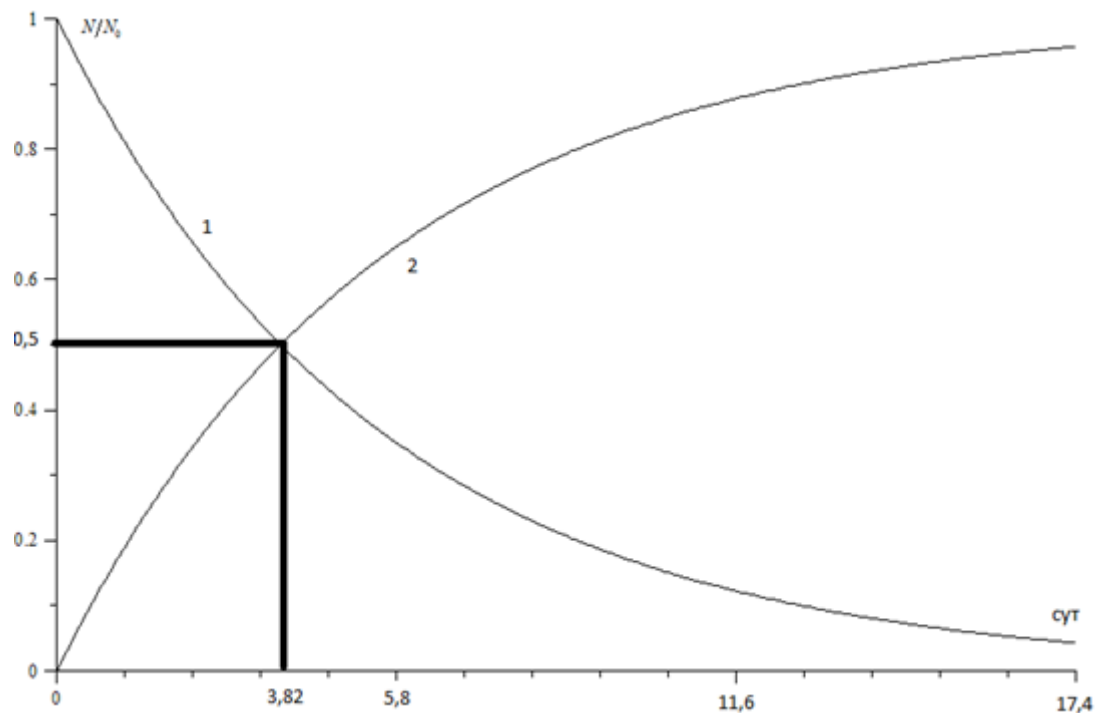


Рис. 1. Кривые распада (1) радона и его накопления (2)

В работе [2] автор пишет, что «... константа  $\lambda$  является основной константой радиоактивного распада, и ее значение для радионуклида (радона) остается практически неизменным в различных условиях существования его в земной коре». Однако как показал эксперимент в работе [1], а также и в работах [3],[4] можно создать условия, при которых процесс распада может протекать быстрее или медленнее.

Если рыхлые отложения считать фрактальной средой со сложной структурой пор и проводными каналами, то естественно предположить, что распад радона будет зависеть от фрактальной размерности геосреды.

Уравнение распада радона в некоторой точке фрактальной геосреды может быть записано в терминах дробной производной [5]

$$\partial_{0t}^{\alpha} N(t) = -\lambda N(t), \quad (4)$$

где  $\partial_{0t}^{\alpha} N(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{N'(t_k) dt_k}{(t-t_k)^{\alpha}}$  – оператор дробного дифференцирования,  $\Gamma(x)$  – гамма-функция Эйлера,  $0 < \alpha < 1$ .

Параметр  $\alpha$  пропорционален или равен фрактальной размерности среды [6] и показывает количественную меру того как частицы радона заполняют окружающее пространство. Надо отметить, что при значении параметра  $\alpha = 1$  мы приходим к уравнению (1). Фрактальные свойства геосреды обуславливают эффекты памяти: частица «помнит» как она попала именно в эту точку фрактальной среды. Временная корреляция описывается интегралом со степенным ядром, стоящим в правой части уравнения (4).

Вероятность распада радона во фрактальной среде из уравнения (4) определяется:

$$\lambda = \left| \frac{\partial_{0t}^{\alpha} N(t)}{N(t)} \right| \quad (5)$$

Пусть на некоторой глубине фрактального грунта расположен датчик регистрации концентрации радона в одинаковые моменты времени  $\tau$ . Тогда можно в соотношении (5) аппроксимировать оператор дробной производной [6]:

$$\partial_{0t}^{\alpha} N(\tau) = \frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \sum_{k=0}^j b_k (N_{k-j+1} - N_{k-j}), b_k = (j+1)^{1-\alpha} - j^{1-\alpha}, j = 1 \dots M, \quad (6)$$

где  $M$  - количество данных.

Следовательно, выражение (5) согласно (6) запишется так:

$$\lambda = \left| \frac{\frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \sum_{k=0}^j b_k (N_{k-j+1} - N_{k-j})}{N(t)} \right|. \quad (7)$$

Для уравнения (4) можно задать начальное распределение радона, как и для уравнения (1):

$$N(0) = N_0 \quad (8)$$

Решение уравнения (4) с учетом условия (8) известно [7] и его можно записать в терминах специальной функции Миттаг-Леффлера:

$$N(t) = N_0 E_{\alpha}(-\lambda t^{\alpha}), \quad (9)$$

где  $E_{\alpha}(-\lambda t^{\alpha}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\lambda t^{\alpha})^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}$  - функция Миттаг-Леффлера, свойства которой подробно рассмотрены в книге [8]. На рис. 2 представлены расчетные кривые, полученные по формулам (2) и (9) для различных значений параметра  $\alpha$ .

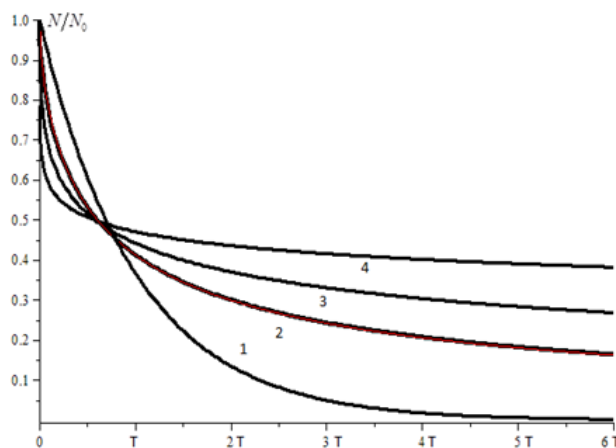


Рис. 2. Расчетные кривые распада радона, полученные по формулам (2) и (9): кривая 1 -  $\alpha = 1$ ; кривая 2 -  $\alpha = 0,8$ ; кривая 3 -  $\alpha = 0,6$ ; кривая 4 -  $\alpha = 0,4$

Согласно рис. 2 можно сделать вывод, что при значении  $0 < \alpha < 1$  вероятность распада радона уменьшается, а решение (2) имеет уже другой (степенной) вид. Степенная функция имеет так называемые «тяжелые» затягивающиеся хвосты, что обуславливает замедление скорости распада радона. Однако, когда параметр  $\alpha$  изменяется в пределах от 1 до 2, то уравнение (4) будет иметь другой тип и можно предположить, что скорость распада радона будет увеличиваться.

Функция Миттаг-Леффлера в (9) может быть также вычислена с помощью несобственного интеграла [9]:

$$E_{\alpha}(-\lambda t^{\alpha}) = \frac{\sin(\alpha\pi)}{\alpha} \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1} e^{-xt\lambda^{\frac{1}{\alpha}}}}{x^{2\alpha} + 2x^{\alpha} \cos(\alpha\pi) + 1} dx. \quad (10)$$

Подставим (10) в (9) с учетом  $N = N_0/2$  и  $t = T$ , тогда получим в неявном виде выражение для периода полураспада

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1} e^{-xT\lambda^{\frac{1}{\alpha}}}}{x^{2\alpha} + 2x^{\alpha} \cos(\alpha\pi) + 1} dx = \frac{\pi}{2\sin(\alpha\pi)} \quad (11)$$

Решив уравнение (11) в зависимости от значения параметра  $\alpha$ , определим  $T$ , а параметр  $\lambda$  можно оценить с помощью формулы (7). Соотношения (7) и (11) показывают, что параметры  $T$  и  $\lambda$  зависят от значений  $\alpha$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Уравнение типа (9) было использовано автором в работе [10] для определения параметра по экспериментальным данным радоновых полей на Петропавловске-Камчатском геодинамическом полигоне. Результатом работы стало установление связи параметра  $\alpha$  с сейсмической активностью Южной Камчатки. Деформационные возмущения в земной коре изменяют ее фрактальную структуру вследствие чего, изменяется и фрактальная размерность.

Уменьшение скорости распада радона приводит к увеличению его миграционной способности (диффузионной длины [2]), а это в свою очередь может объяснить аномалии в поле почвенного радона, наблюдаемые на сети станций.

Интересен случай когда  $1 < \alpha < 2$ , тогда тип уравнения будет изменяться вместе с вероятностью распада радона. Известно, что на вероятность распада радона могут влиять различные воздействия: магнитное поле [3], интерференция волновых функций ядра [4], солнечная активность [11], а также возможны и другие воздействия.

## Библиографический список

1. Rohlsberger R. et al. Accelerating the spontaneous emission of X rays from atoms in cavity // Physical Review Letters. – 2005. – Vol. 95 (9).
2. Новиков Г.Ф. Радиометрическая разведка. – Л.: Недра, 1989. – 407 с.
3. Михеев В.Л., Морозов В.А., Морозова Н.В. О возможности контролируемого изменения скорости радиоактивного распада атомных ядер // Письма в ЭЧАЯ. – 2008. – Т.5. – № 4 (146). – С. 623–627.
4. Филиппов Д.В. Увеличение вероятности разрешенных электронных  $\beta$ -распадов в сверхсильном магнитном поле // Ядерная физика. – 2007. – Т. 70. – № 2. – С. 280–287.
5. Нахушева В.А. Математическое моделирование нелокальных физических процессов в средах с фрактальной структурой: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – Таганрог, 2008. – 268 с.
6. Беданоква С.Ю. Математическое моделирование солевого режима почв с фрактальной структурой // Вестник СамГУ. Серия Физико-математические науки. – 2007. – № 2 (15). – С. 102–109.

7. Нахушев А.М. Дробное исчисление его применение. – М.: Физматлит, 2003. – 272 с.
8. Джрбашян М.М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. – М.: Наука, 1966. – 672 с.
9. Gorenflo R., Loutchko J., Luchko Y. Computation of the Mittag-Leffler function and its derivative // *Fract. Calc. Appl. Anal.* – 2002. – Vol. 5. – P. 491–518.
10. Паровик Р.И., Фирстов П.П., Макаров Е.О. Математическое моделирование фрактальной размерности геосреды и сейсмическая активность Южной Камчатки // *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки.* – 2011. – № 2 (3). – С. 42–49.
11. E. Fischbach et al. Additional experimental evidence for a solar influence on nuclear decay rates // *Astroparticle Physics.* – 2012. – Vol. 37. – P. 81–88.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 05.02.2012