УДК 517.91

Научная статья

Задача Стеклова первого класса для дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом

Мажгихова М. Г.

Институт прикладной математики и автоматизации – филиал федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный научный центр «Кабардино - Балкарский научный центр РАН», 360000,

г. Нальчик, ул. Шортанова, 89А

E-mail: mazhgihova.madina@yandex.ru

Методом функции Грина получено решение задачи Стеклова первого класса для линейного уравнения с дробной производной Герасимова-Капуто с запаздывающим аргументом. Доказана теорема существования и единственности задачи.

Ключевые слова: Дифференциальное уравнение дробного порядка, дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом, метод функции Грина, обобщенная функция Миттаг-Леффлера.

DOI: 10.26117/2079-6641-2021-37-4-30-37

Поступила в редакцию: 02.11.2021

В окончательном варианте: 03.12.2021

Для цитирования. Мажгихова М. Г. Задача Стеклова первого класса для дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2021. Т. 37. № 4. С. 30-37. DOI: 10.26117/2079-6641-2021-37-4-30-37

Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Мажгихова М. Г., 2021

Введение

Рассмотрим уравнение

$$\partial_{0t}^{\alpha} u(t) - \lambda u(t) - \mu H(t - \tau) u(t - \tau) = f(t), \quad 1 < \alpha \leq 2, \quad 0 < t < 1, \quad (1)$$

где $\partial_{0t}^{\alpha} u(t) = D_{0t}^{\alpha-2} u''(t)$ – дробная производная Герасимова-Капуто [1, с. 11], D_{0t}^{β} – оператор дробного интегродифференцирования в смысле Римана-Лиувилля с началом в точке s для любого $\beta \in \mathbb{R}$, который определяется по формуле [1, с. 9]:

$$D_{st}^{\beta} g(t) = \begin{cases} \frac{\text{sign}(t-s)}{\Gamma(-\beta)} \int_s^t \frac{g(\xi) d\xi}{|t-\xi|^{\beta+1}}, & \beta < 0; \\ g(t), & \beta = 0; \\ \text{sign}^n(t-s) \frac{d^n}{dt^n} D_{st}^{\beta-n} g(t), & n-1 < \beta \leq n, n \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

Финансирование. Исследование выполнялось без финансовой поддержки фондов.

$\Gamma(z)$ – гамма функция Эйлера, $H(t)$ – функция Хевисайда, λ, μ – произвольные постоянные, τ – заданное положительное число.

Теории дробного исчисления посвящены монографии [2], [3], [4]. В работе [5] Барреттом методом последовательных приближений получено явное решение дифференциального уравнения дробного порядка. Теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом посвящены работы [6], [7], [8], [9].

Для уравнения (1) решения начальной и краевых задач получены в работах [10], [11], [12]. Внутреннекраевая задача для дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом исследована в работе [13].

В данной работе методом функции Грина получено решение краевой задачи Стеклова первого класса для дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом. Доказана теорема существования и единственности решения.

Постановка задачи

Регулярным решением уравнения (1) назовем функцию $u = u(t)$, имеющую абсолютно непрерывную производную первого порядка на отрезке $[0, 1]$ и удовлетворяющую этому уравнению.

Задача. Найти регулярное решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям:

$$\begin{cases} a_1 u(0) + a_2 u'(0) + a_3 u(1) + a_4 u'(1) = 0, \\ b_1 u(0) + b_2 u'(0) + b_3 u(1) + b_4 u'(1) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где a_i, b_i – заданные постоянные.

Условия (2) при

$$a_4 b_2 - a_2 b_4 \neq 0$$

эквивалентны условиям

$$\begin{cases} u'(0) = C_1 u(0) + C_2 u(1), \\ u'(1) = C_3 u(0) + C_4 u(1), \end{cases} \quad (3)$$

где

$$C_1 = \frac{a_1 b_4 - a_4 b_1}{a_4 b_2 - a_2 b_4}; \quad C_2 = \frac{a_3 b_4 - a_4 b_3}{a_4 b_2 - a_2 b_4}; \quad C_3 = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_4 b_2 - a_2 b_4}; \quad C_4 = \frac{a_3 b_2 - a_2 b_3}{a_4 b_2 - a_2 b_4}. \quad (4)$$

Условия (3) В. А. Стеклов назвал условиями первого класса [14].

Ранее в работе [11] была введена функция

$$W_\nu(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \mu^m (t - m\tau)_+^{\alpha m + \nu - 1} E_{\alpha, \alpha m + \nu}^{m+1}(\lambda(t - m\tau)_+^\alpha), \quad (5)$$

$$(t - m\tau)_+^\rho = \begin{cases} (t - m\tau)^\rho, & t - m\tau > 0 \\ 0, & t - m\tau \leq 0, \end{cases}$$

$E_{\alpha, \beta}^\rho(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\rho)_k z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta) k!}$ – обобщённая функция Миттаг-Леффлера [15], $(\rho)_k = \frac{\Gamma(\rho+k)}{\Gamma(\rho)}$ – символ Похгаммера.

Для функции $W_\nu(t)$ (5) справедливы следующие свойства [11]:

1. Начиная с некоторого номера m выражение $t - m\tau < 0$, поэтому в ряде (3) содержится конечное число слагаемых $N \leq [\frac{t}{\tau}] + 1$;
2. Для $W_\nu(t)$ справедлива формула интегриродифференцирования порядка $\alpha \in \mathbb{R}$

$$D_{0t}^\alpha W_\nu(t) = W_{\nu-\alpha}(t); \quad (6)$$

3. Функция $W_\nu(t)$ удовлетворяет соотношению:

$$W_\nu(t) = \lambda W_{\nu+\alpha}(t) + \mu W_{\nu+\alpha}(t-\tau) + \frac{t^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)}, \quad \alpha \in \mathbb{N} \cup \{0\}, \nu \in \mathbb{R}. \quad (7)$$

Функция Грина

Рассмотрим функцию

$$G(t, \xi) = H(t - \xi)W_\alpha(t - \xi) + W_\alpha(t)\frac{\Delta_1(t)}{\Delta} + W_{\alpha-1}(t)\frac{\Delta_2(t)}{\Delta}, \quad (8)$$

где

$$\Delta = A_1B_2 - A_2B_1 \neq 0; \quad (9)$$

$$A_1 = a_1 + a_3W_1(1) + a_4(\lambda W_\alpha(1) + \mu W_\alpha(1 - \tau)), \quad A_2 = a_2 + a_3W_2(1) + a_4W_1(1);$$

$$B_1 = b_1 + b_3W_1(1) + b_4(\lambda W_\alpha(1) + \mu W_\alpha(1 - \tau)), \quad B_2 = b_2 + b_3W_2(1) + b_4W_1(1);$$

$$\Delta_1(t) = W_1(t)(A_2b_3 - B_2a_3) + W_2(t)(B_1a_3 - A_1b_3);$$

$$\Delta_2(t) = W_1(t)(A_2b_4 - B_2a_4) + W_2(t)(B_1a_4 - A_1b_4).$$

Функция $G(t, \xi)$ удовлетворяет свойствам:

1. Функция $G(t, \xi)$ непрерывна для всех значений t и ξ из отрезка $[0, 1]$. Справедливость этого свойства следует из формулы (8), а также из условия (9).
2. $G(t, \xi)$ удовлетворяет соотношению

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [D_{1\xi}^{\alpha-1} G(t, \xi)|_{\xi=t-\varepsilon} - D_{1\xi}^{\alpha-1} G(t, \xi)|_{\xi=t+\varepsilon}] = 1.$$

3. Функция $G(t, \xi)$ является решением уравнения

$$D_{1\xi}^\alpha G(t, \xi) - \lambda G(t, \xi) - \mu H(1 - \tau - \xi)G(t, \xi + \tau) = 0.$$

4. Функция $G(t, \xi)$ удовлетворяет краевым условиям:

$$D_{1\xi}^{\alpha-1} G(t, \xi)|_{\xi=0} = -C_1 D_{1\xi}^{\alpha-2} G(t, \xi)|_{\xi=0} + C_3 D_{1\xi}^{\alpha-2} G(t, \xi)|_{\xi=1},$$

$$D_{1\xi}^{\alpha-1} G(t, \xi)|_{\xi=1} = C_2 D_{1\xi}^{\alpha-2} G(t, \xi)|_{\xi=0} - C_4 D_{1\xi}^{\alpha-2} G(t, \xi)|_{\xi=1},$$

где C_i определяются из (4).

Справедливость свойств 2-4 следует из представлений функций (8), (5), а также из свойств функции $W_\nu(t)$ (6) и (7).

Функция $G(t, \xi)$, удовлетворяющая свойствам 1-4, называется функцией Грина задачи (1), (2).

Теорема существования и единственности

Справедлива следующая

Теорема 1. Пусть функция $f(t) \in C(0,1)$ представима в виде

$$f(t) = D_{0t}^{\alpha-2}g(t), \quad g(t) \in L(0,1), \quad (10)$$

и выполнено условие (9).

1) Тогда существует регулярное решение задачи (1), (2). Решение имеет вид

$$u(t) = \int_0^1 f(\xi)G(t,\xi)d\xi. \quad (11)$$

2) Решение задачи (1), (3) единственно тогда и только тогда, когда выполнено условие (9).

Доказательство.

Покажем, что решение задачи (1), (3) имеет вид (11). Домножим уравнение (1) на функцию $G(t,\xi)$ и проинтегрируем от 0 до 1:

$$\begin{aligned} \int_0^1 G(t,\xi)\partial_{0\xi}^\alpha u(\xi)d\xi - \lambda \int_0^1 G(t,\xi)u(\xi)d\xi - \mu \int_0^1 H(\xi-\tau)G(t,\xi)u(\xi-\tau)d\xi = \\ = \int_0^1 G(t,\xi)f(\xi)d\xi. \end{aligned} \quad (12)$$

Учитывая определение оператора Герасимова-Капуто и формулу дробного интегрирования по частям, первый интеграл в левой части (12) перепишем в виде:

$$\begin{aligned} \int_0^1 G(t,\xi)\partial_{0\xi}^\alpha u(\xi)d\xi &= \int_0^1 G(t,\xi)D_{0\xi}^{\alpha-2}u''(\xi)d\xi = \int_0^1 u''(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-2}G(t,\xi)d\xi = \\ &= u'(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-2}G(t,\xi)|_0^1 + \int_0^1 u'(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)d\xi = u'(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-2}G(t,\xi)|_0^1 + \\ &+ \int_0^{t-0} u'(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)d\xi + \int_{t+0}^1 u'(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)d\xi = u'(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-2}G(t,\xi)|_0^1 + \\ &+ u(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)|_0^{t-0} + u(\xi)D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)|_{t+0}^1 + \int_0^1 u(\xi)D_{1\xi}^\alpha G(t,\xi)d\xi = \\ &= -[u(0)D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)|_{\xi=0} + u'(0)D_{1\xi}^{\alpha-2}G(t,\xi)|_{\xi=0}] + [u(1)D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)|_{\xi=1} + \\ &+ u'(1)D_{1\xi}^{\alpha-2}G(t,\xi)|_{\xi=1}] + u(t)[D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)|_{\xi=t-0} - D_{1\xi}^{\alpha-1}G(t,\xi)|_{\xi=t+0}] + \\ &+ \int_0^1 u(\xi)D_{1\xi}^\alpha G(t,\xi)d\xi. \end{aligned}$$

Используя условие (3) получаем, что

$$\begin{aligned} \int_0^1 G(t, \xi) \partial_{0\xi}^\alpha u(\xi) d\xi &= u(t) + u(0) \left[C_3 D_{1\xi}^{\alpha-2} G(t, \xi)|_{\xi=1} - C_1 D_{1\xi}^{\alpha-2} G(t, \xi)|_{\xi=0} + D_{1\xi}^{\alpha-1} G(t, \xi)|_{\xi=0} \right] + \\ &+ u(1) \left[C_2 D_{1\xi}^{\alpha-2} G(t, \xi)|_{\xi=0} - C_4 D_{1\xi}^{\alpha-2} G(t, \xi)|_{\xi=1} + D_{1\xi}^{\alpha-1} G(t, \xi)|_{\xi=1} \right] + \int_0^1 u(\xi) D_{1\xi}^\alpha G(t, \xi) d\xi. \end{aligned}$$

Учитывая свойства 2 и 4 функции Грина, получим

$$\int_0^1 G(t, \xi) \partial_{0\xi}^\alpha u(\xi) d\xi = u(t) + \int_0^1 u(\xi) D_{1\xi}^\alpha G(t, \xi) d\xi. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12), имеем:

$$\begin{aligned} u(t) + \int_0^1 u(\xi) D_{1\xi}^\alpha G(t, \xi) d\xi - \lambda \int_0^1 G(t, \xi) u(\xi) d\xi - \mu \int_0^1 H(\xi - \tau) G(t, \xi) u(\xi - \tau) d\xi = \\ = \int_0^1 G(t, \xi) f(\xi) d\xi \end{aligned}$$

или

$$u(t) + \int_0^1 u(\xi) [D_{1\xi}^\alpha G(t, \xi) - \lambda G(t, \xi) - \mu H(1 - \tau - \xi) G(t, \xi + \tau)] d\xi = \int_0^1 G(t, \xi) f(\xi) d\xi,$$

откуда, с учетом свойства 3 функции Грина, приходим к виду (11).

Решение задачи (11) запишем в виде $u(t) = v_1 + v_2 + v_3$,

$$v_1 = \frac{-F_1 B_2 + F_2 A_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1} W_1(t), \quad v_2 = \frac{-A_1 F_2 + B_1 F_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} W_2(t), \quad v_3 = \int_0^t f(\xi) W_\alpha(t - \xi) d\xi.$$

Тогда,

$$\begin{aligned} \partial_{0t}^\alpha v_1 &= \frac{-F_1 B_2 + F_2 A_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1} D_{0t}^{\alpha-2} \frac{d^2}{dt^2} W_1(t) = \frac{-F_1 B_2 + F_2 A_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1} D_{0t}^{\alpha-2} \frac{d^2}{dt^2} [\lambda W_{\alpha+1}(t) + \mu W_{\alpha+1}(t - \tau)] = \\ &= \frac{-F_1 B_2 + F_2 A_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1} D_{0t}^{\alpha-2} [\lambda W_{\alpha-1}(t) + \mu W_{\alpha-1}(t - \tau)] = \frac{-F_1 B_2 + F_2 A_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1} [\lambda W_1(t) + \mu W_1(t - \tau)]; \\ \partial_{0t}^\alpha v_2 &= \frac{-A_1 F_2 + B_1 F_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} D_{0t}^{\alpha-2} \frac{d^2}{dt^2} W_2(t) = \frac{-A_1 F_2 + B_1 F_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} D_{0t}^{\alpha-2} \frac{d}{dt} [\lambda W_{\alpha+1}(t) + \mu W_{\alpha+1}(t - \tau)] = \\ &= \frac{-A_1 F_2 + B_1 F_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} D_{0t}^{\alpha-2} [\lambda W_\alpha(t) + \mu W_\alpha(t - \tau)] = \frac{-A_1 F_2 + B_1 F_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} [\lambda W_2(t) + \mu W_2(t - \tau)]; \\ \partial_{0t}^\alpha v_3 &= D_{0t}^{\alpha-2} \frac{d^2}{dt^2} (f * W_\alpha)(t) = D_{0t}^{\alpha-2} \frac{d^2}{dt^2} (D_{0t}^{\alpha-2} g * W_\alpha(t)) = D_{0t}^{\alpha-2} \frac{d^2}{dt^2} (g * W_2)(t) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= D_{0t}^{\alpha-2} \frac{d}{dt} [g * (\lambda W_{\alpha+1}(t) + \mu W_{\alpha+1}(t - \tau))] = D_{0t}^{\alpha-2} [(\lambda W_{\alpha}(t) + \mu W_{\alpha}(t - \tau)) * g + g] = \\
&= f(t) + (\lambda W_{\alpha}(t) + \mu W_{\alpha}(t - \tau)) * f(t).
\end{aligned}$$

Таким образом получаем, что $\partial_{0t}^{\alpha}(v_1 + v_2 + v_3) = \lambda u(t) + \mu u(t - \tau) + f(t)$.

Непосредственной подстановкой решения (11) в краевые условия (3) можно убедиться в справедливости этих краевых условий.

При $\Delta = A_1 B_2 - A_2 B_1 = 0$ решение однородной задачи

$$\partial_{0t}^{\alpha} \bar{u}(t) - \lambda \bar{u}(t) - \mu H(t - \tau) \bar{u}(t - \tau) = 0, \quad 1 < \alpha \leq 2,$$

$$\begin{cases} a_1 \bar{u}(0) + a_2 \bar{u}'(0) + a_3 \bar{u}(1) + a_4 \bar{u}'(1) = 0, \\ b_1 \bar{u}(0) + b_2 \bar{u}'(0) + b_3 \bar{u}(1) + b_4 \bar{u}'(1) = 0 \end{cases}$$

не однородное. Значит, решения задачи (1), (3) единственно только при $\Delta \neq 0$.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать.

Список литературы/References

1. Нахушев А. М. *Дробное исчисление и его применение*. Москва: Физматлит, 2003. 272 с. [Nakhushev A. M. *Drobnoye ischisleniye i yego primeneniye*. Moskva: Fizmatlit, 2003. 272 pp. (in Russian)]
2. Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Amsterdam: Elsevier, 2006. 523 pp.
3. Псху А. В. *Уравнения в частных производных дробного порядка*. Москва: Наука, 2005. 199 с. [Pskhu A. V. *Uravneniya v chastnykh proizvodnykh drobnogo poriyadka*. Moskva: Nauka, 2005. 199 pp. (in Russian)]
4. Oldham K. B., Spanier J. *The fractional calculus*. N.-Y. L.: Acad. press., 1974. 234 pp.
5. Barrett J. H. Differential equation of non-integer order // *Canad. J. Math.*, 1954. vol. 6, no. 4, pp. 529–541.
6. Bellman R. E., Cooke K. L. *Differential-Difference Equations*. New York. London.: Acad. Press., 1963. 462 pp.
7. Hale J. K., Lunel S. M. V. *Introduction to Functional Differential Equations*. New York. London.: Springer, 1993. 449 pp.
8. Эльсгольц Л. Э., Норкин С. Б. *Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом*. Москва: Наука, 1971. 296 с. [El'sgol'ts L. E., Norkin S. B. *Vvedeniye v teoriyu differentsial'nykh uravneniy s otklonyayushchimsya argumentom*. Moskva: Nauka, 1971. 296 pp. (in Russian)]
9. Мышкис А. Д. *Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом*. Москва: Наука, 1972. 351 с. [Myshkis A. D. *Lineynyye differentsial'nyye uravneniya s zapazdyvayushchim argumentom*. Moskva: Nauka, 1972. 351 pp. (in Russian)]
10. Мажгихова М. Г. Начальная и краевая задачи для обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом // *Челябинский Физико-Математический Журнал*, 1968. Т. 3, № 1, С. 27–37. [Mazhgikhova M. G. Nachal'naya i krayevaya zadachi dlya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya drobnogo poriyadka s zapazdyvayushchim argumentom // *Chelyabinskiy Fiziko-Matematicheskii Zhurnal*, 1968. vol. 3, no. 1, pp. 27–37 (in Russian)].
11. Mazhgikhova M. G. Dirichlet problem for a fractional-order ordinary differential equation with retarded argument // *Differential equations*, 2018. vol. 54, no. 2, pp. 187–194.

12. Мажгихова М. Г. Задача Неймана для обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом // *Известия КБНЦ РАН*, 2018. Т. 70, № 2, С. 15–20. [Mazhgikhova M. G. Zadacha Neymana dlya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya drobnogo poryadka s zapazdyvayushchim argumentom // *Izvestiya KBNTS RAN*, 2018. vol. 70, no. 2, pp. 15–20 (in Russian)].
13. Мажгихова М. Г. Краевая задача со смещением для дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом // *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки*, 2018. Т. 28, № 3, С. 16–25. [Mazhgikhova M. G. Krayevaya zadacha so smeshcheniyem dlya differentsial'nogo uravneniya drobnogo poryadka s zapazdyvayushchim argumentom // *Vestnik KRAUNTS. Fiziko-matematicheskiye nauki*, 2018. vol. 28, no. 3, pp. 16–25 (in Russian)].
14. Нахушев А. М. *Задачи со смещением для уравнений в частных производных*. Москва: Наука, 2006. 287 с. [Nakhushev A. M. *Zadachi so smeshcheniyem dlya uravneniy v chastnykh proizvodnykh*. Moskva: Nauka, 2006. 287 pp. (in Russian)]
15. Prabhakar T. R. A singular integral equation with a generalized Mittag-Leffler function in the kernel // *Yokohama Math. J.*, 1971. vol. 19, pp. 7–15.

MSC 34L99

Research Article

Steklov problem of the first class for a fractional order delay differential equation

M. G. Mazhgikhova

Institute of Applied Mathematics and Automation of Kabardino-Balkar Scientific Center of RAS, 360000, Nalchik,
Shortanova st., 89A, Russia
E-mail: mazhgihova.madina@yandex.ru

The solution to the Steklov problem with conditions of the first class for a linear delay differential equation with a Gerasimov-Caputo fractional derivative is obtained by Green function method. The existence and uniqueness theorem to the problem is proved.

Keywords: fractional differential equation, delay differential equation, Green function method, generalized Mittag-Leffler function.

DOI: 10.26117/2079-6641-2021-37-4-30-37

Original article submitted: 02.11.2021

Revision submitted: 03.12.2021

For citation. Mazhgikhova M. G. Steklov problem of the first class for a fractional order delay differential equation. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2021, **37**: 4, 30-37. DOI: 10.26117/2079-6641-2021-37-4-30-37

Competing interests. The author declares that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. The author contributed to this article. The author is solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by the author.

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Mazhgikhova M. G., 2021

Funding. The study was carried out without financial support from foundations.