МАТЕМАТИКА

УДК 517.956.6

Научная статья

Об одной полунелокальной краевой задаче для трехмерного уравнения Трикоми неограниченной призматической области

С.З. Джамалов, Р.Р. Ашуров, Х.Ш. Туракулов

Институт Математики имени В.И. Романовского Академии наук Узбекистана, г. Ташкент, ул. Мирзо Улугбека 85, 100170, Узбекистан.

E-mail: siroj63@mail.ru, ashurovr@gmail.com, hamid87@gmail.com

В данной статье изучаются методами "ε-регуляризации" и априорных оценок с применением преобразования Фурье однозначная разрешимость и гладкость обобщенного решения одной полунелокальной краевой задачи для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области.

Ключевые слова: уравнение Трикоми, полунелокальная краевая задача, преобразование Фурье, методы "ε-регуляризации" и априорных оценок.

DOI: 10.26117/2079-6641-2021-35-2-8-16

Поступила в редакцию: 23.04.2021

В окончательном варианте: 20.06.2021

Для цитирования. Джамалов С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш. Об одной полунелокальной краевой задаче для трехмерного уравнения Трикоми неограниченной призматической области // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2021. Т. 35. № 2. С. 8-16. DOI: 10.26117/2079-6641-2021-35-2-8-16

Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Джамалов С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш., 2021

Введение и постановка задачи

Как известно, в работе А. В. Бицадзе показано, что задача Дирихле для уравнения смешанного типа некорректна [1]. Естественно возникает вопрос: нельзя ли заменить условия задачи Дирихле другими условиями, охватывающими всю границу, которые обеспечивают корректность задачи? Впервые такие краевые задачи (нелокальные краевые задачи) для уравнения смешанного типа были предложены и изучены в работах Ф.И. Франкля при решении газодинамической задачи об обтекании профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения [2]-[3]. Как близкие по постановке к изучаемым, задача для уравнения смешанного типа первого рода исследована в ограниченных областях в работах [4]-[8].

В данной работе с использованием результатов работ [7]-[8] изучаются однозначная разрешимость и гладкость обобщенного решения одной

Финансирование. Исследование выполнялось без финансовой поддержки фондов.

полунелокальной краевой задачи для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области.

В области

$$\begin{aligned} Q &= (-1, 1) \times (0, T) \times \mathbb{R} = \\ &= Q_1 \times \mathbb{R} = \{(x, t, z); x \in (-1, 1), 0 < t < T < +\infty, z \in \mathbb{R}\}, \end{aligned}$$

рассмотрим уравнение Трикоми:

$$Lu = xu_{tt} - \Delta u + a(x, t)u_t + c(x, t)u = f(x, t, z), \quad (1)$$

$\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$ — оператор Лапласа. Пусть все коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции в области Q . В дальнейшем для решения поставленных задач нам необходимо ввести определения нескольких функциональных пространств и обозначений. Обозначим через

$$\hat{u}(x, t, \lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t, z) e^{-i\lambda z} dz$$

преобразование Фурье по переменной z функции $u(x, t, z)$, а через

$$u(x, t, z) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}(x, t, \lambda) e^{i\lambda z} d\lambda$$

— обратное преобразование Фурье. Теперь с помощью преобразования Фурье определим пространство $W_2^{l,s}(Q)$ с нормой

$$\|u\|_{W_2^{l,s}(Q)}^2 = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^s \cdot \|\hat{u}(x, t, \lambda)\|_{W_2^l(Q_1)}^2 d\lambda, \quad (A)$$

где s, l — любые конечные положительные целые числа, а норма в пространстве Соболева $W_2^l(Q_1)$, (при $l = 0, W_2^0(Q_1) = L_2(Q_1)$) определяется следующим образом

$$\|\vartheta\|_l^2 = \|\vartheta\|_{W_2^l(Q_1)}^2 = \sum_{|\alpha| \leq l} \int_{Q_1} |D^\alpha \vartheta|^2 dx dt,$$

α — мультииндекс, D^α — обобщенная производная по переменным x и t . Очевидно, что пространство $W_2^{l,s}(Q)$ с нормой (A) является гильбертовым пространством [9]-[11].

Полунелокальная краевая задача

Найти обобщённое решение $u(x, t, z)$ уравнения (1) из пространства $W_2^{2,3}(Q)$, удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$\gamma D_t^p u|_{t=0} = D_t^p u|_{t=T}, \quad (2)$$

$$u|_{x=-1} = u|_{x=1} = 0 \quad (3)$$

при $p = 0, 1$, где $D_t^p u = \frac{\partial^p u}{\partial t^p}$, $D_t^0 u = u$, γ — некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

Определение 1. Обобщенным решением задачи (1)-(3) будем называть функцию $u(x, t, z) \in W_2^{2,3}(Q)$, удовлетворяющую уравнению (1) с условиями (2), (3) почти всюду.

Теорема 1. (Основной результат) Пусть выполнены следующие условия для коэффициентов уравнения (1); $2a(x, t) + \mu x > \delta_1 > 0$, $\mu c(x, t) - c_t(x, t) > \delta_2 > 0$, для всех $(x, t) \in \overline{Q_1}$, где $\mu = \frac{2}{T} \ln |\gamma| > 0$ при $|\gamma| > 1$, $a(x, 0) = a(x, T)$, $c(x, 0) = c(x, T)$. Тогда для любой функции $f \in W_2^{1,3}(Q)$, такой, что $\gamma \cdot f(x, 0, z) = f(x, T, z)$, существует единственное обобщенное решение задачи (1)-(3) из пространства $W_2^{2,3}(Q)$.

Доказательство. Доказательство теоремы проведем по следующей схеме:

1. Для задачи (1)-(3) формально по переменным z применим преобразование Фурье и в области Q_1 получим новую задачу (4)-(6).
2. Изучим методами "ε-регуляризации" априорных оценок и Галеркина однозначную разрешимость полунелокальной краевой задачи для уравнения третьего порядка с малым параметром (вспомогательная задача).
3. Затем с помощью этой вспомогательной задачи докажем однозначную разрешимость задачи (4)-(6).
4. Используя однозначную разрешимость задачи (4)-(6), дадим обоснование сходимости интегралов Фурье и докажем разрешимость задачи (1)-(3).

Приступим к реализации этой схемы.

Применяя для задачи (1)-(3) преобразование Фурье по переменным z получим в области $Q_1 = (-1, 1) \times (0, T)$ следующую задачу

$$L\hat{u} = x\hat{u}_{tt} - \hat{u}_{xx} + a(x, t)\hat{u}_t + (c(x, t) + \lambda^2)\hat{u} = \hat{f}(x, t, \lambda), \quad (4)$$

$$\gamma D_t^p \hat{u}|_{t=0} = D_t^p \hat{u}|_{t=T}; p = 0, 1, \quad (5)$$

$$\hat{u}|_{x=-1} = \hat{u}|_{x=1} = 0, \quad (6)$$

где, $\lambda \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$,

$$\hat{f}(x, t, \lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, t, z) e^{-i\lambda z} dz$$

— преобразование Фурье по переменной z , функции $f(x, t, z)$.

Однозначная разрешимость и гладкость решения задачи (4)-(6) изучена в работах [7],[8]. Коротко приведем эти результаты. □

Единственность решения задачи (4)-(6)

Теорема 2. Пусть выполнены следующие условия для коэффициентов уравнения (4); $2a(x, t) + \mu x > \delta_1 > 0$, $\mu c(x, t) - c_t(x, t) > \delta_2 > 0$, для всех $(x, t) \in \overline{Q_1}$, где $\mu = \frac{2}{T} \ln |\gamma| > 0$ при $|\gamma| > 1$, $c(x, 0) \leq c(x, T)$ для всех $x \in [-1, 1]$. Тогда, если для любой

функции $\hat{f}(x, t, \lambda) \in L_2(Q_1)$ существует решение задачи (4)-(6) из пространства $W_2^2(Q_1)$, то оно единственно.

Доказательство. Докажем единственность решения задачи (4)-(6) с помощью метода интеграла энергии. Пусть существует решение задачи (4)-(6) из $W_2^2(Q_1)$. Рассмотрим тождество

$$2(L\hat{u}, e^{-\mu t}\hat{u}_t)_0 = 2(\hat{f}, e^{-\mu t}\hat{u}_t)_0, \quad (7)$$

где $\mu = \text{const} > 0$.

В силу условий теоремы 2, интегрируя по частям тождество (7), легко получить следующее неравенство

$$\begin{aligned} 2 \int_{Q_1} L\hat{u} \cdot e^{-\mu t} \cdot \hat{u}_t dxdt &\geq \int_{Q_1} e^{-\mu t} \{ (2a + \mu x) \cdot \hat{u}_t^2 + \mu \hat{u}_x^2 + \mu \lambda^2 \hat{u}^2 + \\ &+ (\mu c - c_t) \cdot \hat{u}^2 \} dxdt \geq \delta_0 \int_{Q_1} e^{-\mu t} \{ \hat{u}_t^2 + \hat{u}_x^2 + \hat{u}^2 \} dxdt, \end{aligned} \quad (8)$$

где, $\delta_0 = \min\{\delta_1, \mu, \delta_2 + \mu\lambda^2 \geq \delta_2 > 0\}$.

В левой части неравенства (8), используя неравенство Коши с σ [12], получим необходимую первую оценку

$$\|\hat{u}\|_{W_2^1(Q_1)}^2 \leq c_1 \|\hat{f}\|_{L_2(Q_1)}^2, \quad (9)$$

из которой следует единственность решения задачи (4)-(6) из $W_2^2(Q_1)$, в дальнейшем через c_i — обозначим положительные, вообще говоря, разные постоянные числа, отличные от нуля. **Теорема 2 доказана.** $\square$

Уравнение третьего порядка с малым параметром

Разрешимость задачи (4)-(6) докажем методом "ε-регуляризации", а именно в области $Q_1 = \Omega \times (0, T)$ рассмотрим семейство уравнений третьего порядка с малым параметром

$$L_\varepsilon \hat{u}_\varepsilon = -\varepsilon \frac{\partial^3 \hat{u}_\varepsilon}{\partial t^3} + L\hat{u}_\varepsilon = \hat{f}(x, t, \lambda) \quad (10)$$

и с полунелокальными краевыми условиями

$$\gamma D_t^q \hat{u}_\varepsilon|_{t=0} = D_t^q \hat{u}_\varepsilon|_{t=T}; q = 0, 1, 2, \quad (11)$$

$$\hat{u}_\varepsilon|_{x=-1} = \hat{u}_\varepsilon|_{x=1} = 0, \quad (12)$$

где ε — малое положительное число, $D_z^q w = \frac{\partial^q w}{\partial z^q}$, $q = 1, 2$; $D_z^0 w = w$.

Ниже используем системы уравнений третьего порядка с малым параметром (10) в качестве "ε-регуляризующего" уравнения для уравнения Трикоми (4). [7],[8],[13],[14]. Определим пространство функции

$$W(Q_1) = \{ \hat{u}_\varepsilon; \hat{u}_\varepsilon \in W_2^2(Q_1), \hat{u}_{\varepsilon tt} \in L_2(Q_1) \},$$

удовлетворяющие соответствующим условиям (11),(12) с конечной нормой

$$\|\hat{u}_\varepsilon\|_W^2 = \varepsilon \|\hat{u}_{\varepsilon tt}\|_0^2 + \|\hat{u}_\varepsilon\|_2^2. \quad (B)$$

Очевидно, что пространство $W(Q_1)$ с нормой (B) является гильбертовым пространством [12].

Определение 2. Обобщенным решением задачи (11), (12) будем называть функцию $\{\hat{u}_\varepsilon(x, t, \lambda)\} \in W(Q_1)$, удовлетворяющую уравнению (10) с условиями (11), (12) почти всюду.

Теорема 3. Пусть выполнены следующие условия для коэффициентов уравнения (10), кроме того, пусть $2a(x, t) + \mu x > \delta_1 > 0$, $\mu c(x, t) - c_t(x, t) > \delta_2 > 0$ для всех $(x, t) \in \overline{Q_1}$, где $\mu = \frac{2}{T} \ln |\gamma| > 0$ при $|\gamma| > 1$, $a(x, 0) = a(x, T)$, $c(x, 0) = c(x, T)$. Тогда для любой функции $\hat{f}(x, t, \lambda) \in W_2^1(Q_1)$, такой, что $\gamma \cdot \hat{f}(x, 0, \lambda) = \hat{f}(x, T, \lambda)$, существует единственное обобщенное решение задачи (10)-(12) из пространства $W(Q_1)$ и для нее справедливы следующие оценки

$$III). \varepsilon \|\hat{u}_{\varepsilon t}\|_0^2 + \|\hat{u}_\varepsilon\|_1^2 \leq c_1 \|\hat{f}\|_0^2,$$

$$IV). \varepsilon \|\hat{u}_{\varepsilon tt}\|_0^2 + \|\hat{u}_\varepsilon\|_2^2 \leq c_2 \|\hat{f}\|_1^2.$$

Доказательство. Доказательство теоремы 3 осуществляется поэтапно, с использованием метода Галеркина и соответствующих априорных оценок [7],[8]. Сначала докажем III)–третью оценку. Рассмотрим тождество:

$$-2 \int_{Q_1} e^{-\mu t} \cdot L_\varepsilon \hat{u}_\varepsilon \cdot \hat{u}_{\varepsilon t} dx dt = -2 \int_{Q_1} e^{-\mu t} \cdot \hat{f} \cdot \hat{u}_{\varepsilon t} dx dt. \quad (13)$$

Интегрируя по частям тождество (13) и учитывая условие теоремы 3, нетрудно получить III)-третью априорную оценку, аналогичную оценке (9), откуда следует единственность обобщенного решения задачи (10)-(12). Теперь докажем справедливость IV)–четвертой оценки. Для этого рассмотрим тождество:

$$-2 \int_{Q_1} e^{-\mu t} \cdot L_\varepsilon \hat{u}_\varepsilon \cdot P \hat{u}_\varepsilon dx dt = -2 \int_{Q_1} e^{-\mu t} \cdot \hat{f} \cdot P \hat{u}_\varepsilon dx dt, \quad (14)$$

где $P \hat{u}_\varepsilon = (\hat{u}_{\varepsilon tt} - \mu \hat{u}_{\varepsilon t} + \frac{\mu}{2} \hat{u}_{\varepsilon xx} - \mu \hat{u}_{\varepsilon t})$.

Интегрируя по частям (14), с учетом условий теоремы 3 и краевых условий (11), (12), получим необходимую оценку:

$$\varepsilon \|\hat{u}_{\varepsilon tt}\|_0^2 + \|\hat{u}_\varepsilon\|_2^2 \leq c_2 \|\hat{f}\|_1^2. \quad (15)$$

Из доказанных оценок методом Галеркина, получим однозначную разрешимость задачи (10)-(12) из пространства $W(Q_1)$. **Теорема 3 доказана.** $\square$

Перейдем к доказательству разрешимости задачи (4)-(6).

Теорема 4. Пусть выполнены все условия теоремы 2,3. Тогда обобщенное решение задачи (4)-(6) существует и оно единственно в $W_2^2(Q_1)$.

Доказательство. Единственность решения задачи (4)-(6) в пространстве $W_2^2(Q_1)$ доказана в теореме 2. Теперь докажем существование решения задачи (4)-(6) в $W(Q_1)$. Для этого рассмотрим в области Q_1 уравнение (10) и краевые условия (11), (12) при $\varepsilon > 0$. Так как выполнены все условия теоремы 3, то существует единственное обобщенное решение задачи (10)-(12) в $W(Q_1)$, при $\varepsilon > 0$ и для нее справедливы третья и четвертая оценки. Отсюда следует, по известной теореме о компактности [12], что из множества функций $\{\hat{u}_\varepsilon(x, t, \lambda)\}$, $\varepsilon > 0$, можно извлечь слабо сходящуюся подпоследовательность функций, такую, что

$\{\hat{u}_{\varepsilon_i}(x, t, \lambda)\} \rightarrow \hat{u}(x, t, \lambda)$ при $\varepsilon_i \rightarrow 0$ в $W(Q_1)$. Покажем, что предельная функция $\hat{u}(x, t, \lambda)$ удовлетворяет уравнению $L\hat{u} = \hat{f}$ (4) почти всюду в $W_2^2(Q_1)$. В самом деле, так как подпоследовательность $\{\hat{u}_{\varepsilon_i}(x, t, \lambda)\}$ слабо сходится в $W(Q_1)$, а подпоследовательность $\{\sqrt{\varepsilon_i}\hat{u}_{\varepsilon_i,ttt}(x, t, \lambda)\}$ равномерно ограничена в $L_2(Q_1)$ и оператор L линейный, то имеем

$$L\hat{u} - \hat{f} = L\hat{u} - L\hat{u}_{\varepsilon_i} + \varepsilon_i \frac{\partial^3 \hat{u}_{\varepsilon_i}}{\partial t^3} = L(\hat{u} - \hat{u}_{\varepsilon_i}) + \varepsilon_i \frac{\partial^3 \hat{u}_{\varepsilon_i}}{\partial t^3}. \quad (16)$$

Из равенства (16), переходя к пределу при $\varepsilon_i \rightarrow 0$, получим единственное обобщенное решение задачи (4)-(6) из пространства Соболева $W_2^2(Q_1)$ [7],[8],[13]. Таким образом, **Теорема 4 доказана.** $\square$

Существование решения задачи (1)-(3)

Теперь перейдем к доказательству теоремы 1 об однозначной разрешимости обобщенного решения задачи (1)-(3) из пространства $W_2^{2,3}(Q)$. Для доказательства теоремы 1 необходима следующая лемма.

Лемма. Пусть выполнены условия теоремы 1-4. Тогда для решения задачи (1)-(3) справедливы следующие оценки:

$$I). \|u\|_{W_2^{1,3}(Q)}^2 \leq c_1 \|f\|_{W_2^{0,3}(Q)}^2$$

$$II). \|u\|_{W_2^{2,3}(Q)}^2 \leq c_2 \|f\|_{W_2^{1,3}(Q)}^2.$$

Доказательство.

В теореме 2 для решения задачи (4)-(6) доказана справедливость оценки (9), то есть следующее

$$\|\hat{u}\|_{W_2^1(Q_1)}^2 \leq c_1 \|\hat{f}\|_{L_2(Q_1)}^2.$$

Чтобы доказать, что $u_{zz} \in L_2(Q)$, нам необходимо умножить неравенства () на $(2\pi)^{-1/2} \cdot (1 + |\lambda|^2)^3$ и интегрировать по λ от $-\infty$ до $+\infty$, тогда получим

$$\begin{aligned} \|u\|_{W_2^{1,3}(Q)}^2 &= (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^3 \cdot \|\hat{u}\|_{W_2^1(Q_1)}^2 d\lambda \leq \\ &\leq (2\pi)^{-1/2} \cdot c_1 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^3 \cdot \|\hat{f}\|_{L_2(Q_1)}^2 d\lambda = c_1 \|f\|_{W_2^{0,3}(Q)}^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Точно так же, используя условия теорем 3,4 с предельным переходом при $\varepsilon \rightarrow 0$, в четвертой оценке, нетрудно получить для решения задачи (4)-(6) выполнение следующей оценки

$$\|\hat{u}\|_{W_2^2(Q_1)}^2 \leq c_2 \|\hat{f}\|_{W_2^1(Q_1)}^2 \quad (18)$$

Умножая неравенство (18) на $(2\pi)^{-1/2} \cdot (1 + |\lambda|^2)^3$ и интегрируя по λ от $-\infty$ до $+\infty$, получим

$$\|u\|_{W_2^{2,3}(Q)}^2 = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^3 \cdot \|\hat{u}\|_{W_2^2(Q_1)}^2 d\lambda$$

$$\leq (2\pi)^{-1/2} \cdot c_2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^3 \cdot \|\hat{f}\|_{W_2^1(Q_1)}^2 d\lambda = c_2 \|f\|_{W_2^{1,3}(Q)}^2. \quad (19)$$

Лемма доказана. $\square$

Доказательство. Доказательство теоремы 1. Из первой априорной оценки (17) леммы следует единственность обобщенного решения задачи (1)-(3), а из справедливости второй оценки (19) леммы следует существование обобщенного решения задачи (1)-(3) из пространства $W_2^{2,3}(Q)$. **Теорема 1 доказана.** $\square$

Гладкость обобщенного решения задачи (1)-(3)

Теперь обратимся к исследованию гладкости обобщенного решения задачи (1)-(3) в пространствах $W_2^{m+2,s}(Q)$, где m, s — целые конечные числа такие, что $m \geq 0$, $s \geq 3$.

Ниже для простоты предположим, что коэффициенты уравнения (1) достаточно дифференцируемые функции в замкнутой области $\bar{Q}_1$.

Теорема 5. Пусть выполнены все условия теоремы 1, кроме того, пусть

$$D_t^q a|_{t=0} = D_t^q a|_{t=T}, D_t^q c|_{t=0} = D_t^q c|_{t=T}.$$

Тогда для любой функции $f \in W_2^{m+1,s}(Q)$, такой, что $\gamma \cdot D_t^q f|_{t=0} = D_t^q f|_{t=T}$ ($q = 0, 1, 2, 3, \dots, m$), существует, и причем единственное, обобщенное решение задачи (1)-(3) из пространства $W_2^{m+2,s}(Q)$, где s, m — любые целые конечные положительные числа, такие, что $s \geq m + 2 + [\frac{3}{2}]$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Доказательство. Отметим, что в работах [7]-[8] для уравнения смешанного типа первого рода второго порядка (4) исследована гладкость обобщенного решения нелокальной краевой задачи (4)-(5) в пространствах Соболева $W_2^{m+2}(Q_1)$ и доказаны соответствующие оценки

$$\|\hat{u}\|_{W_2^{m+2}(Q_1)}^2 \leq c_{m+1} \|\hat{f}\|_{W_2^{m+1}(Q_1)}^2 \quad (m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots). \quad (20)$$

Чтобы доказать, что $D_z^s u \in L_2(Q)$, где $s \geq m + 2 + [\frac{3}{2}]$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$, и применить теорему вложения Соболева, нам необходимо умножить неравенство (20) на $(2\pi)^{-1/2} \cdot (1 + |\lambda|^2)^s$ и интегрировать по λ от $-\infty$ до $+\infty$, тогда получим

$$\begin{aligned} \|u\|_{W_2^{m+2,s}(Q)}^2 &= (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^s \cdot \|\hat{u}\|_{W_2^{m+2}(Q_1)}^2 d\lambda \leq \\ &\leq (2\pi)^{-1/2} \cdot c_{m+1} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^s \cdot \|\hat{f}\|_{W_2^{m+1}(Q_1)}^2 d\lambda = c_{m+1} \|f\|_{W_2^{m+1,s}(Q)}^2 \end{aligned}$$

Отсюда получим существование единственного обобщенного решения задачи (1)-(3) из пространства $W_2^{m+2,s}(Q)$.

Теорема 5 доказана. $\square$

Конкурирующие интересы. Авторы заявляют, что конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Список литературы/References

- [1] Бицадзе А. В., “Некорректность задачи Дирихле для уравнений смешанного типа”, *ДАН СССР*, **122**:2 (1953), 167-170. [Bitsadze A. V., “Nekorrektnost’ zadachi Dirikhle dlya uravneniy smeshannogo tipa”, *DAN SSSR*, **122**:2 (1953), 167-170].
- [2] Франкль Ф. И., “О задачах Чаплыгина для смешанных до и сверхзвуковых течений”, *Изв. АН СССР Сер. матем.*, **9**:2 (1945), 121-143. [Frankl’ F. I., “O zadachakh Chaplygina dlya smeshannykh do i sverkhzvukovykh techeniy”, *Izv. AN SSSR Ser. matem.*, **9**:2 (1945), 121-143].
- [3] Франкль Ф. И., “Обтекание профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения”, *Прикладная математика и механика*, **20**:2 (1956), 196-202. [Frankl’ F. I., “Obtekaniye profiley potokom dozvukovoy skorosti so sverkhzvukovoy zonoй, okanchivayushchetsya pryamym skachkom uplotneniya”, *Prikladnaya matematika i mekhanika*, **20**:2 (1956), 196-202].
- [4] Кальменов Т. Ш., “О полупериодической задаче для многомерного уравнения смешанного типа”, *Дифференциальные уравнения*, **14**:3 (1978), 546-548. [Kal’menov T. Sh., “O poluperiodicheskoy zadache dlya mnogomernogo uravneniya smeshannogo tipa”, *Differentsial’nyye uravneniya*, **14**:3 (1978), 546-548].
- [5] Сабитов К. Б., “Задача Дирихле для уравнений смешанного типа в прямоугольной области”, *Докл. РАН*, **413**:1 (2007), 23-26. [Sabitov K. B., “Zadacha Dirikhle dlya uravneniy smeshannogo tipa v pryamougol’noy oblasti”, *Dokl. RAN*, **413**:1 (2007), 23-26].
- [6] Цыбиков Б. Н., “О корректности периодической задачи для многомерного уравнения смешанного типа”, *Неклассические уравнения математической физики*, Новосибирск, 1986, 201-206. [Tsybikov B. N., “O korrektnosti periodicheskoy zadachi dlya mnogomernogo uravneniya smeshannogo tipa”, *Neklassicheskiye uravneniya matematicheskoy fiziki*, Novosibirsk, 1986, 201-206].
- [7] Джамалов С. З., “Об одной нелокальной краевой задаче с постоянными коэффициентами для многомерного уравнения смешанного типа первого рода”, *Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. физ.-мат. науки*, **21**:4 (2017), 1-14. [Dzhamalov S. Z., “Ob odnoy nelokal’noy krayevoy zadache s postoyannymi koefitsiyentami dlya mnogomernogo uravneniya smeshannogo tipa pervogo roda”, *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. fiz.-mat. nauki*, **21**:4 (2017), 1-14].
- [8] Джамалов С. З., Ашуров Р. Р., “О гладкости одной нелокальной краевой задачи для многомерного уравнения Чаплыгина в пространстве”, *Казахский математ. журнал*, **18**:2 (2018), 59-70. [Dzhamalov S. Z., Ashurov R. R., “O gladkosti odnoy nelokal’noy krayevoy zadachi dlya mnogomernogo uravneniya Chaplygina v prostranstve”, *Kazakhskiy matemat. zhurnal*, **18**:2 (2018), 59-70].
- [9] Лионс Ж. Л., Мадженес Е., *Неоднородные граничные задачи и их приложения*, Мир, М., 1971. [Lions ZH. L., Madzhenes E., *Neodnorodnyye granichnyye zadachi i ikh prilozheniya*, Mir, M., 1971].
- [10] Хермандер Л., *Линейные дифференциальные операторы с частными производными*, Мир, М., 1965. [Khhermander L., *Lineynyye differentsial’nyye operatory s chastnymi proizvodnymi*, Mir, M., 1965].
- [11] Никольский С. М., *Приближение функций многих переменных и теоремы вложения*, Наука, М., 1977. [Nikol’skiy S. M., *Priblizheniye funktsiy mnogikh peremennykh i teoremy vlozheniya*, Nauka, M., 1977].
- [12] Ладыженская О. А., *Краевые задачи математической физики*, Физматлит, М., 1973, 407 с. [Ladyzhenskaya O. A., *Krayevyye zadachi matematicheskoy fiziki*, Fizmatlit, M., 1973, 407 pp.]
- [13] Врагов В. Н., *Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики*, НГУ, Новосибирск, 1983. [Vragov V. N., *Krayevyye zadachi dlya neklassicheskikh uravneniy matematicheskoy fiziki*, NGU, Novosibirsk, 1983].
- [14] Кожанов А. И., *Краевые задачи для уравнений математической физики нечетного порядка*, НГУ, Новосибирск, 1990. [Kozhanov A. I., *Krayevyye zadachi dlya uravneniy matematicheskoy fiziki nechetnogo poryadka*, NGU, Novosibirsk, 1990].

On a semi-nonlocal boundary value problem for the three-dimensional Tricomi equation of an unbounded prismatic domain

S. Z. Dzhamalov, R. R. Ashurov, Kh. Sh. Turakulov

Institute of Mathematics named after V. I. Romanovskiy, Academy of Sciences of Uzbekistan, Academy of Sciences of Uzbekistan, Mirzo Ulugbek str., 85, Tashkent, 100170, Uzbekistan.

E-mail: siroj63@mail.ru, ashurovr@gmail.com, hamid87@gmail.com

In this article, the methods of " ε -regularization" and a priori estimates using the Fourier transform are studied the unique solvability and smoothness of the generalized solution of one semi-nonlocal boundary value problem for the three-dimensional Tricomi equation in an unbounded prismatic domain.

Key words: Tricomi equation, semi-nonlocal boundary value problem, Fourier transform, " ε -regularization" methods and a priori estimates.

DOI: 10.26117/2079-6641-2021-35-2-8-16

Original article submitted: 23.04.2021

Revision submitted: 20.06.2021

For citation. Dzhamalov S. Z., Ashurov R. R., Turakulov Kh. Sh. On a semi-nonlocal boundary value problem for the three-dimensional Tricomi equation of an unbounded prismatic domain. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2021, **35**: 2, 8-16. DOI: 10.26117/2079-6641-2021-35-2-8-16

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Dzhamalov S. Z., Ashurov R. R., Turakulov Kh. Sh., 2021

Funding. The study was carried out without financial support from foundations.