УДК 550.34 + 517.925.42

Научная статья

**Феноменологическая модель генерации землетрясений
сейсмического режима «drumbeats», сопровождавших
извержение вулкана Кизимен в 2011–2012 гг**

А. А. Шакирова¹, П. П. Фирстов¹, Р. И. Паровик²

¹ Камчатский филиал Федерального исследовательского центра «Единая геофизическая служба РАН», г. Петропавловск-Камчатский, 683006, бульвар Пийпа, 9

² Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Камчатский край, с. Паратунка, 684034, ул. Мирная, 7

E-mail: shaki@emsd.ru

Извержение вулкана Кизимен в 2011-2012 гг. характеризовалось устойчивым, почти равномерным выжиманием вязкого лавового потока объемом 0.3 км³. Формирование лавового потока сопровождалось возникновением квазипериодических землетрясений режима «drumbeats» с энергетическими классами $K_S < 7$, регистрируемых на длительных временных участках. Показано, что землетрясения генерировались движением фронта вязкого лавового потока, что в практике вулканологических исследований наблюдалось впервые. Предложена феноменологическая модель генерации сейсмического режима «drumbeats». Движение фронта лавового потока по склону вулкана происходило в результате прерывистого скольжения с включением механизма «stick-slip» и возбуждением автоколебательного процесса с генерацией сейсмического режима «drumbeats». Правдоподобность феноменологической модели режима «drumbeats» на качественном уровне подтверждена математической моделью дробного нелинейного осциллятора.

Ключевые слова: Кизимен, извержение, фронт лавового потока, «drumbeats», «stick-slip», феноменологическая модель, нелинейный осциллятор.

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-33-4-86-101

Поступила в редакцию: 28.09.2020

В окончательном варианте: 23.10.2020

Для цитирования. А. А. Шакирова, П. П. Фирстов, Р. И. Паровик Феноменологическая модель генерации землетрясений сейсмического режима «drumbeats», сопровождавших извержение вулкана Кизимен в 2011–2012 гг // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2020. Т. 33. № 4. С. 86-101. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-33-4-86-101

Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Шакирова А. А., Фирстов П. П., Паровик Р. И., 2020

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России (в рамках государственного задания № 075-01304-20) и с использованием данных, полученных на уникальной научной установке «Сейсмоинфразвуковой комплекс мониторинга арктической криолитозоны и комплекс непрерывного сейсмического мониторинга Российской Федерации, сопредельных территорий и мира»

Введение

Сейсмический режим «drumbeats» (барабанный бой) регистрируется довольно редко и, как правило, сопровождает выжимание экструзивных куполов на андезитовых и дацитовых вулканах мира. По литературным данным с периода, когда зародилась вулканическая сейсмология, только извержения 8 вулканов сопровождались режимом «drumbeats» [1]. Особенностью данного режима является хорошо выраженный квазипериод возникновения землетрясений от долей секунды до нескольких минут с образованием мультиплетов длительностью от нескольких часов до десятков суток. Землетрясения режима «drumbeats» характеризуются близкими волновыми формами с небольшой вариацией динамического диапазона энергетического класса $K_S < 8$ ($M < 2$).

Извержение вулкана Кизимен в 2011-2012 гг. (рис. 1a) характеризовалось устойчивым, почти равномерным выжиманием вязкого лавового потока объемом 0.3 км^3 . Формирование лавового потока сопровождалось возникновением квазипериодических землетрясений режима «drumbeats» с энергетическими классами $K_S < 7$, регистрируемых на длительных временных участках [2]. Возникновение режима «drumbeats» при движении вязкого лавового потока в практике вулканологических исследований наблюдалось впервые.

В силу особенностей реологических свойств магмы, ее динамика при подъеме к дневной поверхности и формировании лавовых потоков характеризуется нелинейными процессами, приводящими к возникновению вулканических землетрясений (ВЗ) различных типов. Возникновение мультиплетов землетрясений режима «drumbeats» представляет уникальный природный процесс, который требует объяснения и поиска подходящих математических моделей.

Так, во время извержения в. Сент-Хеленс (Каскадные горы, Северная Америка) в 2004-2005 гг. происходило выжимание экструзивного купола, вызванное подъемом магмы с квазипостоянной скоростью, что сопровождалось квазирегулярными землетрясениями режима «drumbeats» в постройке вулкана на глубине около одного км н.у.м. с магнитудами по длительности колебания $M_D < 2$ и квазипериодичностью 1-2 минуты [3]. В этом случае возникновение режима «drumbeats» объяснялось выжиманием экструзивных блоков вязкой магмы по механизму «stick-slip».

В другой работе [4] для этого извержения предложена модель затухающего генератора, на основе падающего трения. Для сложных нелинейных течений (суспензии, многофазные жидкости) функция силы трения $F(u)$ может иметь N-образную форму, которая рассмотрена в применении к выжиманию экструзивной пробки. При малых скоростях выжимания экструзии (u) функция трения $F(u)$ монотонно возрастает, с резким падением, а после резкого скачка u , снова возрастает. Поведение системы и ее переход в устойчивый предельный цикл, контролируется поведением $F(u)$, при этом изменчивость динамики системы приводит или к моностабильному (равновесному или циклическому) или к бистабильному (равновесный и циклический) режимам, что наблюдалось при извержении в. Сент-Хеленс [4].

На в. Тунгурауа (Анды, Эквадор) в 2015 г. режим «drumbeats» регистрировался до возникновения экструзивного купола. В этом случае были предложены два механизма возникновения режима «drumbeats»: (1) процесс дегазации с последующей миграцией к поверхности потока газов; (2) процесс разрушения геосреды за счет движения магмы. Но предпочтение отдается механизму

возникновения режима «drumbeats» за счет движения потока флюида/газов по сети трещин, возникающих перед фронтом постепенно поднимающейся магмы [5]. Однако эта модель не согласуется с квазирегулярностью возникновения землетрясений.

Сейсмический режим «drumbeats», регистрировавшийся во время извержения вулкана Кизимен в 2010-2013 гг., был связан с движением фронта вязкого лавового потока [2]. В данной работе рассматривается связь динамики лавового потока и генерации режима «drumbeats» и предложена феноменологическая модель его возникновения.

Система наблюдений

Сейсмичность района вулкана Кизимен изучалась на основании регистрации землетрясений ближайшими к вулкану тремя сейсмическими станциями (с/ст) Камчатского филиала ФИЦ ЕГС РАН (см. рис. 1б). Радиотелеметрическая сейсмическая станция (РТСС) «Тумрок» (TUM), функционирующая с 2003 г., располагается в 20 км к северо-западу от вулкана. В 2.5 км к юго-западу от вершины в сентябре 2009 г. была установлена РТСС «Кизимен» (KZV), позволившая регистрировать микроземлетрясения с очагами в постройке вулкана.

Рис. 1. Расположение вулкана Кизимен на Камчатке (а), и схема размещения ближайших к вулкану сейсмических станций (б)

С целью локализации очагов слабых землетрясений в марте 2011 г в 10 км от вершины вулкана была установлена цифровая широкополосная станция «Тумрок, источники» (TUMD). В июле 2011 г на TUMD была установлена видеокамера, позволявшая осуществлять мониторинг активности вулкана с частотой один кадр в минуту. Видеосъемка дала возможность идентифицировать сейсмические сигналы с проявлением эксплозивной активности вулкана [6].

Связь режима «drumbeats» с экструзивно-эффузивными процессами при извержении

На протяжении трех лет извержения вулкана Кизимен сейсмический режим «drumbeats» регистрировался периодически. Основное количество землетрясений (более 500000) регистрировалось в 2011 – 2012 гг во время формирования лавового потока [1].

На основании сейсмических записей на KZV за 2010-2013 гг в качестве параметров, характеризующих режим «drumbeats», рассматривались: средняя амплитуда скорости колебания грунта ($A_{\text{ср}}$, мкм/с) и средние значения частоты появления микроземлетрясений в минуту (f_D , мин⁻¹) или квазипериод (T_D , с) их возникновения в мультиплетах. Для описания динамики извержения в целом, рассматривалось отношение максимальной амплитуды смещения грунта к периоду (A/T).

На часовых фрагментах мультиплетов землетрясений режима «drumbeats» видно изменение структуры мультиплетов, возникающих при различных проявлениях вулканической активности (рис. 2, верхние панели).

Более детальная структура мультиплетов видна на нижних панелях рис. 2. В начале сентября 2011 г., когда уже почти сформировался основной «язык» лавового потока, возникло два источника генерации землетрясений. Более мощный источник генерировал землетрясения с $A_{\text{ср}}$ до 30 мкм/с и $T_D \approx 161$ с. Одновременно работал другой источник, который генерировал события со значением $A_{\text{ср}}$ почти вдвое меньше и с нестабильным $T_D \approx 17-40$ с (рис.2а). В конце сентября структура мультиплетов резко изменилась, работал только второй достаточно стабильный источник. В середине ноября, когда начал формироваться менее мощный лавовый «язык», землетрясения режима «drumbeats» имели сравнительно малые значения $A_{\text{ср}}=1.6$ мкм/с и $T_D \approx 87$ с. В конце февраля 2012 г., когда продолжалось формирование второго «языка» значение $A_{\text{ср}}$ возросло почти вдвое, а период увеличился до $T_D \approx 162$ с. В целом, на качественном уровне можно констатировать, что структура мультиплетов зависит от мощности фронта лавового потока и, по-видимому, от скорости его движения, связанной с расходом лавового материала.

Для наиболее сильных землетрясений мультиплетов режима «drumbeats» с четкими вступлениями Р и S волн, рассматривалось время t_{S-P} на KZV и TUMD, а также разница времени вступления Р-волн на этих станциях на протяжении всего извержения (рис. 3).

Время t_{S-P} на KZV с 15 мая 2011 г. до 5 мая 2012 г. увеличилось с 0.7 с до 1.6 с и вернулось к первоначальному значению в январе 2013 г., когда на завершающем этапе извержения началось выжимание внутрикратерной экструзии. Одновременно происходило уменьшение t_{S-P} на TUMD. Закономерные изменения времен t_{S-P} указывают на то, что режим «drumbeats» возникал при продвижении фронта вязкого лавового потока все дальше от кратера вулкана [2].

Сопоставление сейсмических наблюдений с динамикой экструзивно-эффузивной активности вулкана позволило выделить три типа режима «drumbeats» (рис. 2, 4).

После начала формирования лавового потока в конце февраля 2011 г. до 11 мая режим «drumbeats I» регистрировался эпизодически, за исключением 8-19 марта, когда режим «drumbeats I» наблюдался в течение нескольких часов ежедневно с частотой $f_D = 1-7$ мин⁻¹ и $A/T < 2$ мкм/с (рис. 4).

Рис. 2. На верхних панелях примеры часовых фрагментов записи мультиплетов землетрясений режима «drumbeats», зарегистрированных на вертикальной составляющей РТСС KZV в различные периоды времени извержения: **а** 6.09.2011 г., начало отсчета времени 09:31:08; **б** 26.09.2011 г., начало отсчета времени 16:33:34, **в** 10.11.2011 г., начало отсчета времени 16:21:28, **г** 25.02.2012 г., начало отсчета времени 14:12:33. На нижних панелях развернутые участки верхних панелей (квадраты). Начало отсчета времени на нижних панелях соответствует: 09:39:28 (**а**), 16:40:04 (**б**), 16:34:33 (**в**), 14:15:39 (**г**).

Появление мультиплетов «drumbeats I» началось с середины мая 2011 г., при этом значения f_D и А/Т стали непрерывно расти, достигнув к концу мая $f_D = 6 \text{ мин}^{-1}$ и А/Т = 5 мкм/с. В июне А/Т начало монотонно снижаться и составило А/Т = 1 мкм/с. Этот мультиплет закончился сильной эксплозией 12 июня. В мае-июне было зарегистрировано более 200000 землетрясений режима «drumbeats I».

Следующая серия мультиплетов «drumbeats I» регистрировалась с конца июля по октябрь 2011 г. В них преобладали довольно сильные землетрясения с $4 \leq K \leq 6.5$ со средним $f_D \leq 2 \text{ мин}^{-1}$ (рис. 4). Пик активности «drumbeats I» пришелся на вторую декаду сентября, когда происходили довольно сильные землетрясения с $f_D \leq 1.0 \text{ мин}^{-1}$ и А/Т = 4.5 мкм/с. За период июль-октябрь было зарегистрировано ~ 200000 землетрясений.

Для режима «drumbeats II», который начал регистрироваться на фоне «drumbeats I» 12 октября, вначале были характерны слабые микроземлетрясения с А/Т < 0.5 мкм/с и сравнительно высокая частота появления $f_D = 8 \text{ мин}^{-1}$ (рис. 4). В дальнейшем, до 25 ноября, регистрировался только режим «drumbeats II».

Рис. 3. Изменение времени t_{S-P} и разности времени вступления Р-волн на с/ст KZV и TUMD за период 1.05.2011 – 19.01.2013 г. [2].

Рис. 4. Среднечасовая частота микроземлетрясений в минуту (а) и среднечасовое значение А/Т (б) в период с 1.12.2010 г. по март 2013 г. извержения вулкана Кизимен.

После возобновления режима «drumbeats II» в январе 2012 г. он регистрировался до начала июня, характеризуясь постепенным уменьшением частоты появления f_D с 2 до 0.1 мин^{-1} при постепенном увеличении А/Т от 0.5 до $\sim 1.0 \text{ мкм/с}$ (рис. 4б).

Режим «drumbeats III», обусловленный экструзивными процессами на вершине вулкана, регистрировался в декабре 2010 г. – феврале 2011 г и в январе-феврале 2013 г. Конец извержения характеризовался «drumbeats III» с низкими значениями А/Т $< 0.3 \text{ мкм/с}$ и $f_D = 2-5 \text{ мин}^{-1}$ в январе и последующем плавным снижением f_D до 0.2 мин^{-1} в последние дни регистрации землетрясений режима «drumbeats III».

За весь период регистрации землетрясений режима «drumbeats» прослеживалась некоторая закономерность: с увеличением f_D их среднее A/T снижалось, а при уменьшении f_D их среднее A/T возрастало.

Оценка смещения фронта лавового потока при одном землетрясении режима «drumbeats»

Как было показано выше, имеются достаточно объективные данные, дающие основание оценивать смещение фронта лавового потока во время одного землетрясения режима «drumbeats» как результат прерывистого скольжения с включением механизма «stick-slip» [7]. Опираясь на оценки скоростей движения лавового потока, рассчитанных по движению его отдельных реперных точек на поверхности или на фронте [8], было вычислено смещение, соответствующее одному землетрясению, которое составило $D=0.6-4$ см [7]. Эта оценка близка к величине смещения ($D=0.5$ см), рассчитанной для одного землетрясения режима «drumbeats», возникающего при выжимании отдельных блоков на экструзивном куполе вулкана Сент-Хеленс [3].

С целью оценки правдоподобности наших расчётов, рассчитывались динамические параметры очагов землетрясений: площадь разрыва S , длина разрыва L и подвижка по разрыву D , соответствующие диапазону энергетического класса $K_S=4.0-7.0$ по методике, изложенной в работе [9]. Параметры S , L и D оценивались на основании скалярного сейсмического момента M_0 и моментной магнитуды M_w , пересчитанных из соотношений M и K_S для двух случаев: для магнитуд $5 < M < 9$ и для коровых очагов (табл.). Коэффициенты a и b брались равными 0.

Сопоставив оценки динамических параметров очагов для двух случаев, мы пришли к выводу, что наиболее сопоставимыми с линейными размерами фронта лавового потока являются оценки для мелкофокусных очагов. Они составили: $S = 0.1-11$ м², $L = 19-169$ м, $D = 0.05-0.47$ см.

Таблица

Динамические параметры очагов землетрясений с энергетическими классами $K_S=4.0-7.0$, пересчитанные по зависимостям для землетрясений диапазона $5 < M < 9$, и для землетрясений с мелкофокусными очагами по [9].

K	$\lg M_0$	M_w	$5 < M < 9$			Мелкофокусный очаг		
			S	L	D	S	L	D
4.0	16.49	0.29	0.01	0.4	0.56	0.1	19	0.05
4.5	16.96	0.60	0.04	0.7	0.72	0.3	28	0.08
5.0	17.42	0.91	0.09	1.2	0.95	0.6	40	0.11
5.5	17.88	1.22	0.2	2	1.2	1	58	0.16
6.0	18.35	1.53	0.4	3.6	1.58	2	80	0.23
6.5	18.81	1.84	1	6	2.08	5	120	0.33
7	19.27	2.15	2	10	2.6	11	169	0.47

Примечание. K – энергетический класс микроземлетрясений режима «drumbeats»; $\lg M_0$ – скалярный сейсмический момент; M_w – моментная магнитуда; S – максимальная площадь разрыва, м²; L – длина разрыва, м; D – подвижка по разрыву, см.

Краткие сведения о лавовых потоках

Особенностью андезитового лавового потока вулкана Кизимен (SiO_2 62-65%) является очень высокая вязкость $\eta=10^{10}\text{-}10^{11}$ Па·с с пределом текучести $3.3\cdot 10^6$ Н/м² [8], благодаря которой ширина каждого «языка» достигла около 400 м при мощности до 232 м (рис. 5).

Рис. 5. Общий вид лавового потока, возникшего в результате извержения Кизимена, а – на 14 сентября 2011 г. (фото В.В. Ящука), б – на 20 сентября 2012 г. (фото А.А. Шакировой).

Такая вязкость совпадает с нижней границей вязкости для ледников [10] (рис. 5б). По внешнему виду обломков его можно отнести к глыбовому типу [11].

Принято считать, что движение лавовых потоков осуществляется путем скольжения по подстилающей поверхности подобно движению ледников. В пользу этого говорят субгоризонтальные плоскости сдвига в его основании, параллельные движению лавового потока [12].

Внутренняя структура глыбового лавового потока состоит из плотного активного ядра, часто богатого кристаллами, который двигается по базальной брекчии, формирующейся на фронте потока за счет осыпи поверхностной брекчии (рис. 6б). Поверхность потоков характеризуется выпучиванием отдельных блоков и складчатыми структурами, возникающими при его движении под действием сил сжатия и растяжения за счет неравномерности напряжений вдоль лавового потока [13].

Лавовый поток вулкана Кизимен напряжен волнистостью и складчатостью поверхности потока [11], что говорит о его сжатии и растяжении в процессе формирования и движения. Считается, что магмы ведут себя как вязкоупругие жидкости, то есть обладают свойствами твердого тела, но частично проявляют упругое восстановление формы после снятия напряжения. При более высоких приложенных напряжениях, как правило, наблюдается более сильное снижение вязкости [14], которая также зависит от температуры и содержания воды в магме.

Складчатость поверхности лавовых потоков вызывается непрерывным выжиманием лавы из кратера вулкана и изменением поперечного профиля скорости движения потока (рис. 6а). Привершинная и фронтальная части потока подвержены сжатию, центральная часть потока – растяжению. В привершинной части лавового потока за счет чистого сдвига образуются складки с осевой

плоскостью, ортогональной направлению потока. Ближе к фронтальной части потока складки постепенно дугообразно вытягиваются вниз движущимся потоком, что связано с изменением поперечного профиля скорости потока (рис. 6б). Складки, охватывающие всю толщину лавового потока, также вызываются сдвиговыми деформациями из-за увеличения вязкости (и предела текучести), связанной с охлаждением подошвы лавового потока и его фронта при удалении от вершины вулкана. Фронтальная часть характеризуется разделением потока на блоки (рис. 6), перекрытых поверхностной брекчией [15].

Рис. 6. Вид сверху (а) и разрез (б) глыбовой лавы вулканического о. Сан-Пьетро (Сардиния, Италия) [15]. Красными линиями обозначено разделение авторами фронта лавового потока на отдельные блоки.

Исходя из общих представлений о фронте высоковязких лавовых потоков, логично предположить, что на фронте образуется блок лавового материала с вязкоупругими свойствами, который под действием напора активного ядра движется вниз по склону.

Феноменологическая модель генерации сейсмического режима «drumbeats»

Проанализировав энергетические и динамические характеристики землетрясений режима «drumbeats», механизмы их очагов, скорости движения потока, авторы приходят к следующему [2, 7]: вязкопластичное течение лавового потока по склону вулкана Кизимен происходило с прерывистым скольжением отдельных блоков на фронте по механизму «stick-slip» с возбуждением автоколебательного процесса, генерирующего сейсмический режим «drumbeats».

Автоколебательный процесс возникает в системе, в которой выполняются условия: амплитуда колебаний, с одной стороны, в течение долгого времени может оставаться постоянной, а с другой стороны, определяется не начальными условиями, а свойствами самой системы и не зависит от начальных условий. Второй особенностью возбуждения автоколебательной системы является непериодический источник энергии, за счет которого создается периодический процесс [16], что возможно наблюдать в нелинейных диссипативных системах. Диссипативная система (*dissipatio* — «рассеиваю, разрушаю») — открытая система, оперирующая вдали от термодинамического равновесия, т.е. это устойчивое состояние, возникающее в неравновесной среде при условии рассеивания энергии, которая поступает извне, для нее характерно спонтанное возникновение порядка и организации из беспорядка и хаоса в результате процесса самоорганизации. Если запас энергии в системе тает, то способность системы поддерживать организованные структуры ослабевает, поэтому высокоорганизованные структуры распадаются на менее организованные, которые в большей мере наделены случайными элементами. По мере того как иссякает запас энергии и возрастает энтропия, в системе нивелируются различия. Так что диссипативная система может переходить в упорядоченное состояние в результате неустойчивости предыдущего неупорядоченного состояния [17]. Определение автоколебаний можно отнести и к случаю квазипериодических автоколебаний, когда за счет энергии постоянного источника поддерживаются устойчивые колебания [16].

В случае с вулканом Кизимен квазипериодические автоколебания создаются во фронтальной части потока достаточно большой мощности за счет давления выжимающейся лавы. За счет силы трения и «примерзания» блоков на фронте лавового потока к базальной брекчии происходит скачкообразное движение по механизму «stick-slip» с генерацией микроземлетрясений квазирегулярной периодичности. При этом энергия процесса поддерживается стационарным поступлением лавового материала на дневную поверхность. Модель возникновения таких фрикционных автоколебаний, в первом приближении, близка к модели сухого трения [18].

Феноменологическая модель генерации сейсмического режима ««drumbeats», возникающего при движении лавового потока по склону вулкана Кизимен в 2011-2012 гг., с определенными допущениями, можно изобразить следующим образом. На фронте потока формируются отдельные лавовые блоки m (условно примем их в виде параллелепипеда), которые под действием активного ядра,двигающегося с постоянной скоростью v , перемещаются. При этом блок m можно рассматривать как правый элемент системы,двигающийся за счет сил некулонова трения $F_{\text{нec}}$ с падающей характеристикой в зависимости от скорости (рис. 7).

Естественно, между активным ядром и отдельными блоками следует включить элементы с коэффициентом жесткости k и вязкого сопротивления b . Такая модель может обеспечить автоколебательный процесс движения вязкого потока по склону с генерацией сейсмического режима «drumbeats».

Рассмотрим данную модель с позиции дробного нелинейного осциллятора с механизмом «stick-slip», которая может проиллюстрировать возникновение автоколебательного процесса, возбуждающего сейсмический режим «drumbeats». Пусть блок массой m движется вдоль поверхности за счет напора активного ядра со скоростью v , при этом возникают силы вязкого и сухого трения и возвращающаяся

Рис. 7. Феноменологическая модель генерации сейсмического режима «drumbeats», возникающего при движении лавового потока по склону вулкана Кизимен.

сила. Используя обобщение второго закона Ньютона, движение блока можно записать, используя дробные производные [19]:

$$m\partial_{0t}^{\alpha}x(t) + b\partial_{0t}^{\beta}x(t) + kx(t) = f(x(t), t), x(0) = x_0, \dot{x}(0) = y_0, \quad (1)$$

где $x(t)$ — функция смещения, $t \in [0, T]$ — время, $T > 0$ — время моделирования, $f(x(t), t) = vt + c \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(nx(t))$, c — энергия «приморзания» поверхности; b — коэффициент вязкого трения; k — жесткость упругого элемента, $a_n = 2n \int_0^1 \frac{\cos(\pi n \tau) d\tau}{\cosh^2(\pi \tau)}$ — коэффициенты разложения ряда Фурье, x_0, y_0 — заданные константы, определяющие начальное условие колебательной системы (2), $\partial_{0t}^{\alpha}x(\tau) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \int_0^t \frac{\ddot{x}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-1}}$, $\partial_{0t}^{\beta}x(\tau) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \int_0^t \frac{\dot{x}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\beta}}$ — дробные производные порядков $1 < \alpha < 2, 0 < \beta < 1$. $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера; точки над функцией решения $x(t)$ означают классические целочисленные производные.

При этом в случае $\alpha = 2, \beta = 1$ получаем классический нелинейный осциллятор с трением и внешней силой, то есть классический эффект «stick-slip»:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = f(x(t), t), x(0) = x_0, \dot{x}(0) = y_0, \quad (2)$$

Как показали работы [20, 21] введение дробной силы инерции позволяет осуществлять демпфирование в колебательной системе. При этом первое слагаемое в уравнении (2) фактически учитывает силу трения F_{nec} (рис. 7). При расчёте, согласно работе [22], на практике достаточно взять первые семь слагаемых в разложении Фурье. Покажем на качественном уровне, что данная математическая модель может быть применима к возникновению сейсмического режима «drumbeats». Решение задачи (2) проводилось численным методом, согласно работе [23].

Были выбраны два фрагмента записи землетрясений режима «drumbeats» длительностью 150 с, но с различным периодом следования отдельных землетрясений. Для сейсмического режима «drumbeats» 20.03.2011 г. с началом отсчета 08:23:08 частота возникновения землетрясений составляла $f_D = 4.5 \pm 0.2$ мин⁻¹ (рис. 8а), а для 05.10.2011 г. с началом отсчета 14:48:37 $f_D = 0.59 \pm 0.05$ мин⁻¹ (рис. 9а).

Методом подбора в качестве исходных данных, при которых наблюдалось наилучшее совпадение с экспериментальными данными ($f_D = 4.6$ мин⁻¹ и $f_D = 0.62$ мин⁻¹) были приняты (рис. 8б, 9б):

Рис. 8. Сейсмический режим «drumbeats», зарегистрированный 20.03.2011 г. на с/ст KZV, канал SHZ с началом отсчета времени 08:23:08 (а), и расчетная кривая функции скорости смещения (б).

Рис. 9. Сейсмический режим «drumbeats», зарегистрированный 05.10.2011 г. на с/ст KZV, канал SHZ с началом отсчета времени 14:48:37 (а) и расчетная кривая функции скорости смещения блока (б).

1) $k=2.83$, $v=26$, $c=400$, $\alpha = 1.5$, $\beta=0.9$, $m=1$, $b=0.6$, $t \in [0, 150]$, $n=19284$, $x_0=0.5$, $y_0=0$;

2) $k=2.00$, $v=18$, $c=1300$, $\alpha = 1.6$, $\beta=0.8$, $m=1$, $b=0.6$, $t \in [0, 156]$, $n=20000$, $x_0=0$, $y_0=0$.

Рассмотрим влияние параметров k , v , c , α , β , b на формирование автоколебательного процесса, генерирующего сейсмический режим «drumbeats». За диссипацию энергии в рассматриваемой системе отвечают параметры α , β , b . Уменьшение параметра α приводит к увеличению диссипации энергии и отсутствию колебаний между импульсами, и наоборот, уменьшение параметра β приводит к увеличению диссипации. Скорость v и энергия переднего блока фронта лавового потока («примерзания»), в основном, определяют величину частоты и амплитуду импульсов. Увеличение c приводит к возрастанию энергии землетрясений, так как необходимо прикладывать большую силу, чтобы преодолеть «примерзание» блока на фронте лавового потока. С увеличением v происходит рост числа импульсов, так как при этом возрастает сила, давящая на фронт и происходит его отрыв до следующего «примерзания» — эффект «stick-slip».

Заключение

Во время извержения в. Кизимен в 2011-2012 гг. происходило выжимание вязкого мощного лавового потока, сопровождавшееся возникновением квазипериодических землетрясений режима «drumbeats». Квазирегулярные землетрясения с $M < 2$, как правило, сопровождают выжимание отдельных блоков на экструзивных куполах андезитовых и дацитовых вулканов и зарегистрированы впервые в практике вулканологических исследований во время движения лавового потока на вулкане Кизимен. Гипоцентры этих землетрясений располагались вблизи контура фронтальной части лавового потока с глубиной очага -1.4 ± 0.5 км, при высоте -1.2 км, на которой остановился поток [7].

Для лавовых потоков хрупкое поведение лавы наблюдается во фронтальной части, где деформации подвергается лава с большей жесткостью, возникающей за счет дегазации и охлаждения [24]. Исходя из этого представления были оценены размеры блоков, которые могли бы генерировать сейсмический режим «drumbeats». Блоки площадью $S=0.1-11$ м², длиной разрыва $L = 19 - 169$ м подвигаются на расстояние $D = 0.05-0.47$ см, что сопоставимо с линейными размерами фронта лавового потока в. Кизимен. Параметр D согласуется с результатом, полученным при изучении режима «drumbeats» во время выжимания экструзивного купола на в. Сент-Хеленс в 2004-2005 гг. [3].

Предложена феноменологическая модель возникновения квазипериодического движения отдельных блоков фронта потока с генерацией режима «drumbeats». С увеличением мощности фронта лавового потока в. Кизимен трение на контакте подошвы потока и подстилающей породы возрастает. Давление приводит к «срыву» отдельных блоков фронта лавового потока, их проскальзыванию и остановке, таким образом модель генерации квазипериодических землетрясений согласуется с моделью «stick-slip». Большое число землетрясений режима «drumbeats» в мультиплетах с небольшим A/T являются результатом уменьшения «прилипания», в то время как меньшее количество землетрясений с большим A/T характеризует увеличение «прилипания», которое возрастает с увеличением мощности фронта лавового потока.

Оценочные расчеты, выполненные для двух примеров, показывают, что модель дробного нелинейного осциллятора может обеспечить автоколебательное движение блока с частотой, близкой к наблюдаемой. В пользу этого предположения говорит качественное совпадение результатов математического моделирования дробным нелинейным осциллятором с экспериментальными данными. В дальнейшем модель дробного нелинейного осциллятора будет применена к остальным периодам генерации сейсмического режима «drumbeats».

Конкурирующие интересы. Авторы заявляют, что конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Список литература/References

- [1] Фирстов П.П., Шакирова А.А., “Сейсмический режим «drumbeats», предвещающий и сопровождающий извержения андезитовых и дацитовых вулканов и его особенности (обзор)”, *Вестник КРАУНЦ. Науки о Земле*, **43**:3 (2019), 75–88. [Firstov P.P., Shakirova A.A., “Seysmicheskiy rezhim «drumbeats», predvaryayushchiy i soprovozhdayushchiy izverzheniya andezitovykh i datsitovykh vulkanov i yego osobennosti (obzor)”, *Vestnik KRAUNTS. Nauki o Zemle*, **43**:3 (2019), 75–88 (in Russian)].
- [2] Фирстов П.П., Шакирова А.А., “Особенности сейсмичности в период подготовки и в процессе извержения вулкана Кизимен (Камчатка) в 2009–2013 гг.”, *Вулканология и сейсмология*, 2014, № 4, 3–20. [Firstov P.P., Shakirova A.A., “Osobennosti seysmichnosti v period podgotovki i v protsesse izverzheniya vulkana Kizimen (Kamchatka) v 2009–2013 gg.”, *Vulkanologiya i seysmologiya*, 2014, № 4, 3–20 (in Russian)].
- [3] Iverson M.R., Dzurisin D., Gardner C.A. et al., “Dynamics of seismogenic volcanic extrusion at Mount St Helens in 2004–2005”, *Nature*, **444** (2006), 439–443 <https://doi.org/10.1038/nature05322>.
- [4] Alexandrov D.V., Bashkirtseva I.A., Ryashko L.B., “Analysis of stochastic model for nonlinear volcanic dynamics”, *Nonlin. Processes Geophys.*, **22** (2015), 197–204 <https://doi.org/10.5194/npg-22-197-2015>.
- [5] Bell A.F., Hernandez S., Gaunt H.E. et al., “The rise and fall of periodic ‘drumbeat’ seismicity at Tungurahua volcano, Ecuador”, *Earth and Planetary Science Letters*, **475** (2017), 58–70 <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2017.07.030>.
- [6] Чебров В.Н., Дрознин Д.В., Дрознина С.Я. и др., “Развитие системы комплексного инструментального мониторинга вулканов Дальневосточного региона”, *Сейсмические приборы*, **48**:4 (2012), 40–54. [Chebrov V.N., Droznin D.V., Droznina S.YA. i dr., “Razvitiye sistemy kompleksnogo instrumental’nogo monitoringa vulkanov Dal’nevostochnogo regiona”, *Seysmicheskiye pribory*, **48**:4 (2012), 40–54 (in Russian)].
- [7] Шакирова А.А., Фирстов П.П., Лемзиков М.В., “Один из возможных механизмов генерации сейсмического режима «drumbeats» при движении по склону вязких лавовых потоков на примере извержения вулкана Кизимен в сентябре 2011 г.”, *Российский сейсмологический журнал*, **2**:3 (2020), 43–56. [Shakirova A.A., Firstov P.P., Lemzikov M.V., “Odin iz vozmozhnykh mekhanizmov generatsii seysmicheskogo rezhima «drumbeats» pri dvizhenii po sklonu vyazkikh lavovykh potokov na primere izverzheniya vulkana Kizimen v sentyabre 2011 g.”, *Rossiyskiy seysmologicheskiy zhurnal*, **2**:3 (2020), 43–56 (in Russian)].
- [8] Auer A., Belousov A., Belousova M., “Deposits, petrology and mechanism of the 2010–2013 eruption of Kizimen volcano in Kamchatka, Russia”, *Bulletin of volcanology*, **80**:4 (2018), 33.
- [9] Гусев А.А., Мельникова В.Н., “Связи между магнитудами – среднемировые и для Камчатки”, *Вулканология и сейсмология*, 1990, № 6, 55–63. [Gusev A.A., Mel’nikova V.N., “Svyazi mezhdu magnitudami – srednemirovyye i dlya Kamchatki”, *Vulkanologiya i seysmologiya*, 1990, № 6, 55–63 (in Russian)].

- [10] Озеров А. Ю., “К вопросу о механизмах базальтового-андезибазальтового и андезитового-дацитового типов извержений”, *Вулканизм и связанные с ним процессы*, Материалы региональной конференции 30 марта-1 апреля 2017 г., г. Петропавловск-Камчатский, ИВиС ДВО РАН, Петропавловск-Камчатский, 2017, 70-73. [Ozerov A. YU., “K voprosu o mekhanizмах bazal'tovogo-andezibazal'tovogo i andezitovogo-datsitovogo tipov izverzheniy”, *Vulkanizm i soyazannyye s nim protsessy*, Materialy regional'noy konferentsii 30 marta-1 aprelya 2017 g., g. Petropavlovsk-Kamchatskiy, IViS DVO RAN, Petropavlovsk-Kamchatskiy, 2017, 70-73 (in Russian)].
- [11] Двигало В. Н., Мелекесцев И. В., Шевченко А. В., и др., “Извержение 2010–2012 гг. вулкана Кизимен – самое продуктивное (по данным дистанционных наблюдений) на Камчатке в начале XXI века. Часть I. Этап 11.11.2010–11.12.2011 гг.”, *Вулканология и сейсмология*, 2013, №6, 3–21. [Dvigalo V. N., Melekestsev I. V., Shevchenko A. V., i dr., “Izverzheniye 2010–2012 gg. vulkana Kizimen – samoye produktivnoye (po dannym distantsionnykh nablyudeniyy) na Kamchatke v nachale XXI veka. Chast' I. Etap 11.11.2010–11.12.2011 gg.”, *Vulkanologiya i seysmologiya*, 2013, №6, 3–21 (in Russian)].
- [12] MacDonald G. A., “Pāhoehoe, ‘a‘ā and block lava”, *American Journal of Science*, **251** (1953), 169-191.
- [13] Harris A. J. L., Rowland S. K., Villeneuve N. et al., “Pāhoehoe, ‘a‘ā, and block lava: an illustrated history of the nomenclature”, *Bull Volcanol*, **17** (2017), 2–34 <https://doi.org/10.1007/s00445-016-1075-7>.
- [14] Cordonnier B., Hess K.-U., Lavalle Y. et al., “Rheological properties of lava domes: Case study of Unzen volcano”, *Earth and Planetary Science Letters*, **279** (2009), 263–272.
- [15] Harris A. J. L., Rowland S. K., “Lava Flows and Rheology”, *The Encyclopedia of Volcanoes*, **III**:17 (2015), 321-342.
- [16] Анищенко В. С., Вадивасова Т. Е., Стрелкова Г. И., “Автоколебания динамических и стохастических систем и их математический образ — аттрактор”, *Нелинейная динамика*, **6**:1 (2010), 107–126. [Anishchenko V. S., Vadivasova T. Ye., Strelkova G. I., “Avtokolebaniya dinamicheskikh i stokhasticheskikh sistem i ikh matematicheskiy obraz — attraktor”, *Nelineynaya dinamika*, **6**:1 (2010), 107–126 (in Russian)].
- [17] Бекман И. Н., *Синергетика. Курс лекций*, МГУ им. М. В. Ломоносова, М., 2010. [Bekman I. N., *Sinergetika. Kurs lektsiy*, MGU im. M. V. Lomonosova, M., 2010 (in Russian)].
- [18] Лушников Б. В., “Компьютерное моделирование динамики элемента сухого некулонова трения”, *Известия Самарского научного центра Российской Академии Наук*, **12**:1(2) (2010), 439-444. [Lushnikov B. V., “Komp'yuternoye modelirovaniye dinamiki elementa sukhogo nekulonova treniya”, *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy Akademii Nauk*, **12**:1(2) (2010), 439-444 (in Russian)].
- [19] Parovik R. I., “On a credit oscillatory system with the inclusion of stick-slip”, *E3S Web of Conferences*, **7** (2016), 1-5.
- [20] Паровик Р. И. Анализ добротности вынужденных колебаний дробного линейного осциллятора, *Журнал технической физики*, **90**:7 (2020), 1059-1063. [Parovik R. I. Analiz dobrotnosti vynuzhdennykh kolebaniy drobnogo lineynogo ostsillyatora, *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, **90**:7 (2020), 1059-1063 (in Russian)].
- [21] Parovik R. I., “Amplitude-Frequency and Phase-Frequency Performances of Forced Oscillations of a Nonlinear Fractional Oscillator”, *Technical Physics Letters*, **45**:7 (2019), 660-663 <https://doi.org/10.1134/S1063785019070095>.
- [22] Рехвиашвили С. Ш., *Размерные явления в физике конденсированного состояния и нанотехнологиях*, КБНЦ РАН, Нальчик, 2014, 250 с. [Rekhviashvili S. SH., *Razmernyye yavleniya v fizike kondensirovannogo sostoyaniya i nanotekhnologiyakh*, KBNTS RAN, Nal'chik, 2014 (in Russian), 250 pp.].
- [23] Parovik R. I., “Mathematical Models of Oscillators with Memory”, *Oscillators – Recent Developments*, Intech, London, 2018., 3-21 <https://www.intechopen.com/online-first/mathematicalmodels-of-oscillators-with-memory>.
- [24] Cioni R., Funedda A., “Structural geology of crystal-rich, silicic lava flows: a case study from San Pietro Island (Sardinia, Italy). Kinematics and Dynamics of Lava Flows”, *The geological society of America*, 2005, 1-14.

Phenomenological model of the generation of the seismic mode "drumbeats" earthquakes accompanying the eruption of Kizimen volcano in 2011-2012

A. A. Shakirova¹, P. P. Firstov¹, R. I. Parovik²

¹ Kamchatka Branch of the Federal Research Center "Unified Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences", Petropavlovsk Kamchatsky, 683006, Piip Boulevard, 9

² Institute for Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, Far East Branch, Russian Academy of Sciences, Kamchatka Krai, Paratunka, 684034, Mirnaya, 7

E-mail: shaki@emsd.ru

The eruption of the Kizimen volcano in 2011-2012 characterized by stable, almost uniform squeezing of a viscous lava flow with a volume of 0.3 km³. The formation of the lava flow was accompanied by the occurrence of quasiperiodic earthquakes of the "drumbeats" mode with energy classes $K_s < 7$, recorded at long time intervals. Shown that earthquakes were generated by the movement of the front of a viscous lava flow, which was observed for the first time in the practice of volcanological research. A phenomenological model of "drumbeats" seismic mode generation is proposed. The movement of the front of the lava flow along the slope of the volcano occurred because of intermittent sliding with the inclusion of the "stick-slip" mechanism and the initiation of a self-oscillating process with the generation of a seismic mode "drumbeats". The mathematical model of a fractional nonlinear oscillator qualitatively confirms the plausibility of the phenomenological model of the "drumbeats" mode.

Key words: Kizimen, eruption, lava flow front, drumbeats, stick-slip, phenomenological model, nonlinear oscillator.

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-33-4-86-101

Original article submitted: 28.09.2020

Revision submitted: 23.10.2020

For citation. Shakirova A. A., Firstov P. P., Parovik R. I. Phenomenological model of the generation of the seismic mode "drumbeats" earthquakes accompanying the eruption of Kizimen volcano in 2011-2012. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2020, **33**: 4, 86-101. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-33-4-86-101

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Shakirova A. A., Firstov P. P., Parovik R. I., 2020

Funding. The work was supported by Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (№ 075-01304-20). The data used in the work were obtained with large-scale research facilities «Seismic infrasound array for monitoring Arctic cryolitozone and continuous seismic monitoring of the Russian Federation, neighbouring territories and the world»