УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

УДК 372.851 Научная статья

Решение планиметрических задач посредством устной работы

О. К. Жданова, Т. П. Яковлева

Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 683032,
г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4

E-mail: kafmat@mail.ru

В статье приведены различные подходы к понятию устная работа, устные упражнения, задача; рассматривается методика решения планиметрических задач посредством устной работы. Материалы статьи можно применять при обучении математике, при подготовке к ОГЭ, ЕГЭ по математике.

Ключевые слова: устная работа, устные упражнения, задача, планиметрическая задача, обучение математике.

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-150-167

Поступила в редакцию: 04.05.2020 В окончательном варианте: 03.06.2020

Для цитирования. Жданова О. К., Яковлева Т. П. Решение планиметрических задач посредством устной работы // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2020. Т. 31. № 2. С. 150-167. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-150-167

Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

© Жданова О. К., Яковлева Т. П., 2020

Введение

Математика в современном мире является частью человеческой культуры. С помощью нее осуществляется познание окружающего мира, развитие научного и технического прогресса.

Одной из ведущих целей математического образования является обучение решению системы разнообразных задач.

В данной статье мы хотим уделить внимание решению планиметрических задач посредством устной работы. Сначала рассмотрим смысл, сущность ряда понятий, необходимых нам в дальнейшем: устная работа, устные упражнения, задача. Затем на примерах покажем составление системы вопросов, заданий для организации устного решения планиметрических задач.

Финансирование. Исследование выполнялось без финансирования

Основные понятия

Анализ психологической, педагогической и методической литературы показал, что нет однозначного определения понятия «задача».

Наиболее широкое определение понятия «задача» встречается в Большой Советской энциклопедии: «Задача – 1) поставленная цель, которую стремятся достигнуть; 2) поручение, задание; 3) вопрос, требующий решения на основании определенных знаний и размышлений; 4) один из методов обучения и проверки знаний и практических навыков учащихся, применяемых во всех типах общеобразовательных и специальных учебных заведений» [1. С. 119].

Ряд ученых Н.В. Метельский [2], А.А. Столяр [3], Р.С. Черкасов [4] рассматривают понятие «задача» как неопределяемое и в самом широком смысле означающее то, что требует исполнения, решения.

Согласно А. Н. Леонтьеву, задача есть цель, данная в определенных условиях (в конкретной ситуации) [5]. С. Л. Рубинштейн уточняет, что задача является целью для математической деятельности индивида, соотнесенной с условиями, в которых она задана [6].

В. В. Сериков связывает задачу с преобразованием субъекта учебной деятельности, с усвоением им определенных элементов содержания образования — понятий, способов действий, творческого или эмоционально-ценностного опыта [7].

Г. А. Балл выделяет три возможных подхода к характеристике понятия «задача»:

1) задача представляет собой определенную ситуацию, которая требует от субъекта некоторого действия;

2) задача есть определенная ситуация действия, направленного на нахождение неизвестного посредством его существующей связи с известным;

3) задача есть такая ситуация, в которой от субъекта требуется отыскать действие, направленное на установление связи неизвестного с известным, но в тех условиях, когда субъект не владеет способом этого действия [8].

В. М. Брадис математической задачей называет любой математический вопрос, для ответа на который недостаточно простого воспроизведения чего-либо из пройденного курса какого-нибудь определения, текста или доказательства теоремы, текста аксиомы или правила [9].

Е.И. Лященко рассматривает понятие «математической задачи», выделяя прямой продукт решения задачи, общеучебные (анализ, синтез, аналогия и др.) и общепознавательные действия (распознавание, получение следствий и др.) [10].

Нам ближе точки зрения Ю.М. Колягина [11] и Л.М. Фридмана [12] и мы будем их придерживаться, понимая под задачей определенную ситуацию, которую нужно разрешить, опираясь и учитывая те условия, которые в ней указаны.

Как мы знаем, математика школьного курса включает в себя разделы алгебры и геометрии. Изучая геометрию, учащиеся овладевают умениями анализировать, обобщать, находить пути решения поставленной задачи. Решение задач играет огромную роль не только в математическом образовании, но и в общем личностном развитии учащихся. В процессе решения задач укрепляются и развиваются волевые черты характера учащихся, формируется разумный и устойчивый стиль деятельности, воспитывается ответственность за начатое дело, потребность в его доведении до конца и многое другое. А процесс обучения планиметрии способен активно воздействовать на личность каждого отдельного учащегося.

Планиметрические задачи, с точки зрения С. Н. Скарбич, носят, как правило, исследовательский характер и направлены на:

- выявление существенных свойств понятий и отношений между ними;
- установление связи данного понятия с другими;
- ознакомление с фактами, отраженными в формулировках теорем и их доказательствах;
- обобщение теорем, составление обратных и проверку их истинности;
- выделение частных случаев известных фактов в математике;
- классификацию математических объектов и отношений между ними;
- решение задач различными способами и др. [13].

К таким планиметрическим задачам, по мнению С.Н. Скарбич, должны предъявляться следующие требования:

1) постановка вопроса в задаче должна быть такой, чтобы ответ на него предполагал проведение исследования;
2) условие задачи должно предполагать рассмотрение различных геометрических конфигураций, использование различных методов и способов решения;
3) в условии задачи должны отсутствовать прямые указания на использование известных теорем и формул;
4) задачи должны обеспечивать формирование мотивационных, когнитивных, деятельностных и личностных исследовательских компетенций учащихся;
5) задачи должны обеспечивать организацию полноценной учебно-исследовательской деятельности учащихся по планиметрии с учетом их типа восприятия учебной информации [13].

Одним из средств, способствующих эффективному усвоению геометрии и, в частности, решению планиметрических задач является устная работа.

Под устной работой при обучении математике мы понимаем такую форму деятельности школьников, которая предполагает устные вычисления и проведение рассуждений, без каких-либо записей. Во время ее проведения можно задействовать большое количество учеников, что позволяет значительно оживить урок, сделать его более динамичным и эмоциональным, отследить, как хорошо учащиеся владеют определенными навыками, насколько грамотно они строят предложения.

В методической литературе выделяют два вида устной работы: устный счет и устные упражнения.

Рассмотрением вопроса о влиянии устного счета, устных упражнений на повышение умственной деятельности в обучении математике занимаются такие современные педагоги, методисты и исследователи, как П. А. Батчаева [14], В.А. Богодухова [15], С.С. Бояркина [16], О.П. Зайцева [17], В.С. Кравченко [18], и другие.

С точки зрения В.А. Богодуховой, устный счёт в обучении — это вычисления, производимые устно, в уме, без записей [15].

О.П. Зайцева придает большую роль устному счету в формировании вычислительных навыков и в совершенствовании знаний по нумерации, и в развитии личностных качеств ребёнка очень велика. Создание определённой системы повторения ранее изученного материала дает учащимся возможность усвоения знаний на уровне автоматического навыка. Устные вычисления не могут быть случайным этапом урока, а должны находиться в методической связи с основной темой и носить проблемный характер [17].

В.С. Кравченко считает, устные задания не должны быть дополнительным материалом и это не самоцель, а органическая, необходимая часть урока, без которой усвоение знаний и навыков будет протекать с большими трудностями, с большой потерей времени [18].

Таким образом, устный счет дисциплинирует, организует учащихся, воспитывает целеустремленность в достижении поставленной цели в решении конкретной задачи, воспитывает математическую культуру, гибкость мышления и глубину памяти.

П.А. Батчаева считает, что устные упражнения – особый этап урока, имеющий свои задачи: воспроизводство и корректировка определённых знаний, умений, навыков учащихся, необходимых для их самостоятельной деятельности на уроке или осознанного восприятия объяснения учителя; контроль учителя за состоянием знаний учащихся; психологическая подготовка учащихся к восприятию нового материала [14].

Тогда, с точки зрения С.С. Бояркиной, цели применения устных упражнений могут быть различными в зависимости от того, в какой части урока они используются. Если в начале урока — направлены на усиление активности деятельности учащихся, проверку домашнего задания или повторение пройденного материала, а также для проверки уровня овладения учениками пройденного ранее материала, т. е. на актуализацию и мотивацию знаний. Если в середине урока — могут использоваться для лучшего усвоения нового материала. Если в конце — на закрепление нового материала или как проверочная работа [16].

Кроме того, устные упражнения важны тем, что они активизируют мыслительную деятельность учащихся; при их выполнении у детей развиваются память, речь, внимание, способность воспринимать сказанное на слух, быстрота реакции. В сочетании с другими формами работы устные упражнения позволяют создать условия, при которых активизируются различные виды деятельности учащихся: мышление, речь, моторика. И устные упражнения в этом комплексе имеют большое значение.

С помощью устных упражнений появляется возможность устанавливать контакт со многими учащимися, получать непрерывную информацию о качестве усвоения ими учебного материала и принимать на этой основе необходимые решения по руководству учебным процессом.

Таким образом, особенность применения устных упражнений на уроках математики заключается в следующем:

- устные упражнения способствуют повышению общего уровня математического образования и сознательному усвоению школьного курса;

- устные упражнения развивают у учеников навык быстро выделять из известных им законов, формул, теорем те, которые следует применить для решения предложенных или возникших в практике задач, расчетов и вычислений;

- устные упражнения содействуют развитию памяти, развивают способность зрительного восприятия математических фактов, совершенствуют пространственное воображение.

Устный счет и устные упражнения, как виды устной работы, могут в обучении математике рассматриваться, как отдельные виды устной работы, так можно их объединять и комбинировать.

Примеры задач

Перейдем к рассмотрению примеров решения планиметрических задач посредством устной работы. Условия задач были представлены в курсах “Дополнительные главы геометрии. 7 класс” и “Дополнительные главы геометрии. 8 класс” [19, 20].

Все задачи мы будем строить следующим образом. После представления первого слайда с условием задачи, преподаватель начинает задавать наводящие вопросы, которые способствуют продвижению в решении задачи, и предлагает новый чертеж. И так далее до решения задачи.

Для начала рассмотрим вопросы, на основе которых вспомним понятия, встречающиеся в данных задачах.

- Какая фигура называется треугольником?

- Перечислите виды треугольников.

- Что такое медиана?

- Какие свойства у медианы?

- Что такое биссектрисса?

- Какие свойства у биссектриссы?

- Назовите признаки параллельности прямых.

- Какая фигура называется параллелограммом?

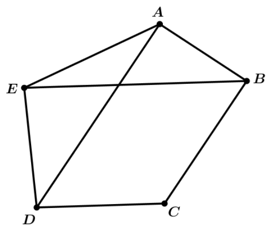
- Какие свойства параллелограмма вы знаете?

- Как вычисляется площадь фигуры?

- Что такое равновеликие фигуры?

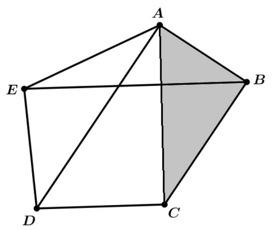
Задача 1.

Слайд 1.



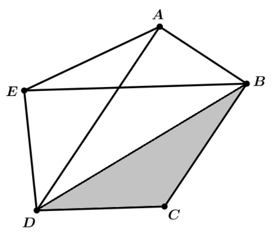
В пятиугольнике $ABCDE$ стороны BC и CD параллельны диагоналям AD и BE соответственно. Являются ли равновеликими треугольники ΔABC и ΔEDC?

Слайд 2.



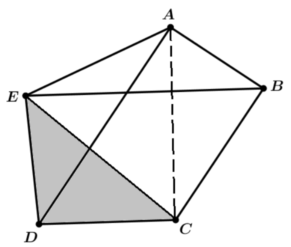
– Что означает, что прямая AD, содержащая вершину A, параллельна основанию BC? (*Все треугольники с вершинами на прямой AD и с основанием BC будут равновелики.*)

Слайд 3.



– Что означает, что прямая BE, содержащая вершину B, параллельна основанию DC? (*Все треугольники с вершинами на прямой BE и с онованием DC будут равновелики.*)

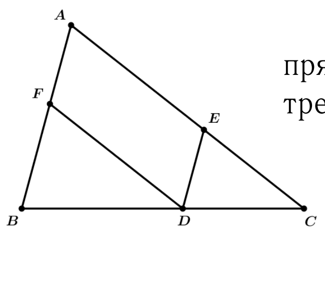
Слайд 4.



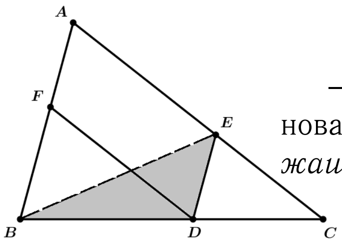
– Получаем, что треугольники ΔABC и ΔEDC равновелики.

Задача 2.

Слайд 1.

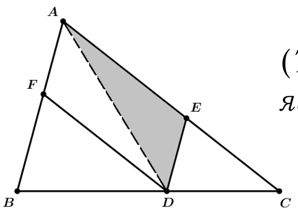


Через точку D на стороне BC треугольника ΔABC провели прямые DE и DF, параллельные AB и AC. Доказать, что площади треугольников ΔBDE и ΔFDC равны.



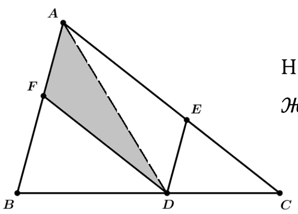
Слайд 2.

– Какому треугольнику равновелик треугольник ΔBDE с основанием DE? (*Треугольнику AED, так как прямая AB, содержащая вершину B, параллельна прямой DE.*)



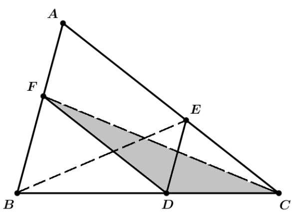
Слайд 3.

– Какому треугольнику равновелик треугольник ΔADE? (*Треугольнику AFD, так как он равен треугольнику ADE, AD является диагональю параллелограмма AEDF.*)



Слайд 4.

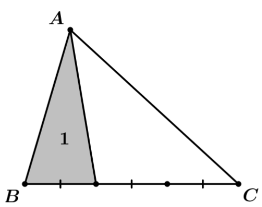
– Какому треугольнику равновелик треугольник ΔADF с основанием DF? (*Треугольнику FDC, так как прямая AC, содержащая вершину D, параллельна прямой DF.*)



Слайд 5.

Получаем, что треугольники ΔBDE и ΔFDC равновелики.

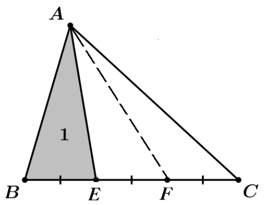
Задача 3.



Слайд 1.

Площадь серого треугольника равна 1. Найти площадь треугольника ΔABC.

Слайд 2.

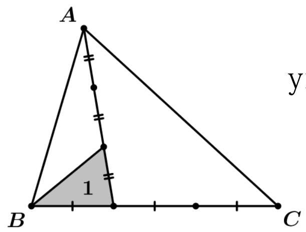


– Какими являются треугольники ΔABE, ΔAEF, ΔAFC? (*Они равновеликие, так как основания равны, а высотой является перпендикуляр из точки A к прямой BC.*)

– Какая площадь у треугольника ΔABC? (*3, так как площадь каждого равновеликого треугольника равна 1.*)

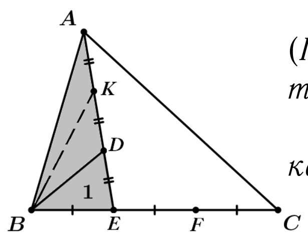
Задача 4.

Слайд 1.



Площадь серого треугольника равна 1. Найти площадь треугольника ΔABC.

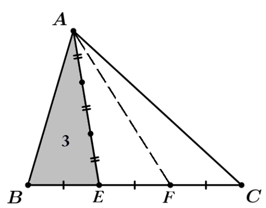
Слайд 2.



– Почему треугольники ΔBED, ΔBDK, ΔBKA равновеликие? (*Потому что их основания равны, а высота одинаковая из точки B на прямую AE.*)

– Какая площадь у треугольника ΔABE? (*3, так как площадь каждого равновеликого треугольника равна 1.*)

Слайд 3.

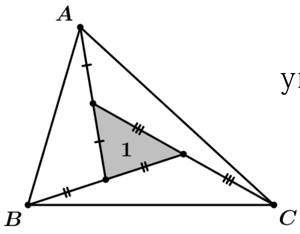


– Какими являются треугольники ΔABE, ΔAEF, ΔAFC? (*Равновеликими, с равными основаниями и одинаковой высотой из точки A на прямую BC*).

– Какая площадь у треугольника ΔABC? (*9, так как площадь каждого равновеликого треугольника равна 3.*)

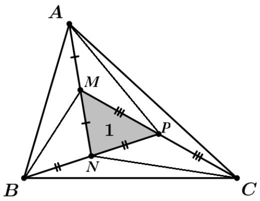
Задача 5.

Слайд 1.



Площадь серого треугольника равна 1. Найти площадь треугольника ΔABC.

Слайд 2.

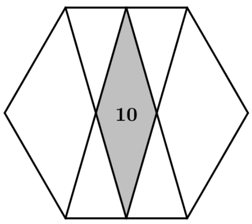


– Если мы проведем отрезки BN, AM, CP, то получим... (*Равновеликие треугольники* ΔBNM *и* ΔBMA *с равными основаниями и одинаковой высотой из точки* B *на прямую* NA. *Равновеликие треугольники* ΔAMP *и* ΔAPC *с равными основаниями и одинаковой высотой из точки* A *на прямую* MC. *Равновеликие треугольники* ΔCPN *и* ΔCNB *с равными основаниями и одинаковой высотой из точки* C *на прямую* BP.)

– Чему равна площадь треугольника ΔABC? (*Все маленькие треугольники, включая* ΔMNP, *являются равновеликими, а значит имеют площадь 1, значит площадь исходного треугольника равна 7.*)

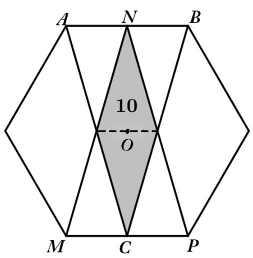
Задача 6.

Слайд 1.



В правильном шестиугольнике отметили середины противоположных сторон. Каждую из отмеченных точек соединили с противоположными вершинами. Площадь серого четырехугольника равна 10. Чему равна площадь исходного шестиугольника?

Слайд 2.

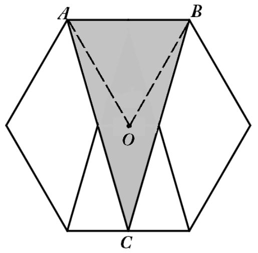


– Если точка O является центром правильного шестиугольника, то в треугольнике ΔABC... (*эта точка лежит на средней линии треугольника, которая разобьет закрашенную фигуру на два равных, а значит равновеликих треугольника*).

– Тогда площадь маленького серого треугольника равна... $(10:2=5)$.

– Чему равна площадь треугольника ΔABC (*Так как прямые* AC *и* NP *параллельны, также как и прямые* MN *и* CB, *они разбивают треугольник* ΔABC *на четыре равных треугольника, площадь каждого из них равна 5, а, значит, площадь всего треугольника* ΔABC *равна* $5\cdot 4=20$.)

Слайд 3.



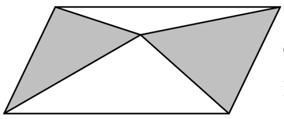
– Как связаны площади треугольников ΔABC и ΔOAB? (*Так как основания у треугольников одинаковые, а высоты отличаются в два раза, то площади этих треугольников отличаются в два раза.*)

– Чему равна площадь треугольника ΔOAB?
($S_{\Delta OAB} = S_{\Delta ABC} : 2 = 10.$)

– Чему равна в итоге площадь исходного шестиугольника? (*Так как правильный шестиугольник состоит из шести треугольников, равных ΔOAB, то искомая площадь равна* $10 \cdot 6 = 60.$)

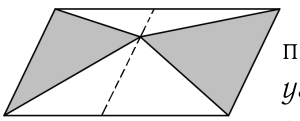
Задача 7.

Слайд 1.



Внутри параллелограмма отмечена произвольная точка. Тогда сумма площадей серых треугольников равна половине площади параллелограмма.

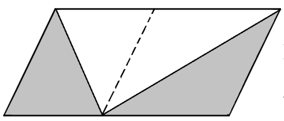
Слайд 2.



– Что мы получим, если проведем через эту точку прямую, параллельную стороне параллелограмма? (*Получим что все треугольники, с вершинами на этой прямой будут равновелики исходным серым.*)

– Верно, значит сдвинем выбранную точку в предельный случай.

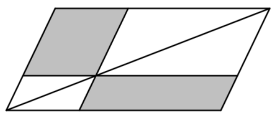
Слайд 3.



– Таким образом, площадь белого треугольника равна половине площади параллелограмма и... (*площадь оставшихся серых треугольников равна оставшейся половине площади параллелограмма. Значит сумма площадей белых и сумма площадей серых треугольников равны, равны половине площади параллелограмма.*)

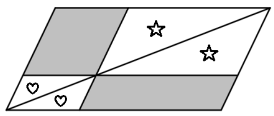
Задача 8.

Слайд 1.



Через точку на диагонали параллелограмма провели прямые, параллельные сторонам параллелограмма. Доказать, что площади закрашенных параллелограммов равны.

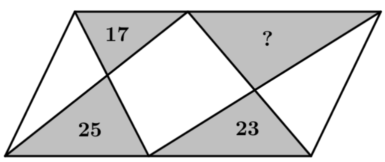
Слайд 2.



– Если разделить параллелограмм диагональю, то мы получим два равных треугольника, то есть фигуры с равными площадями. Для верхнего белого параллелограмма получим два равных треугольника... (*с равными площадями, их обозначим* $\star$, *для нижнего белого параллелограмма получим аналогичный вывод и обозначим их* $\heartsuit$. *Так как сумма площадей верхнего и нижнего треугольников исходного параллелограмма равны, как площади равных фигур. Таким образом, получаем что с одной стороны это сумма площадей* $\star, \heartsuit$ *и одной серой части, с другой стороны сумму* $\star, \heartsuit$ *и другой серой части. А отсюда делаем вывод о равенстве площадей серых частей.*)

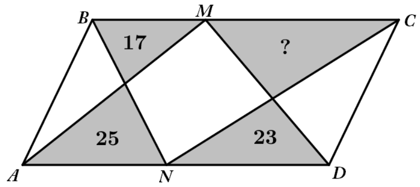
Задача 9.

Слайд 1.



На противоположных сторонах параллелограмма выбрано по точке. Каждая из них соединена с вершинами противоположной стороны. Известны площади трех серых треугольников. Найти площадь четвертого серого треугольника.

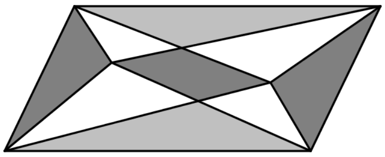
Слайд 2.



– Чему равна площадь треугольника ΔBNC? (*Половине исходного параллелограмма, так же как и площадь треугольника* ΔAMD. *То есть они равновеликие, значит суммы площадей, составляющих их фигур, равны. Площадь треугольника* ΔBNC *это сумма 17, площади белого четырехугольника и площади искомого треугольника S. Площадь треугольника* ΔAMD *это сумма 25, 23 и площади белого четырехугольника. Площадь одинаковых частей можно не учитывать. Таким образом, получим* $17+S=25+23$. *Откуда,* $S=31$.)

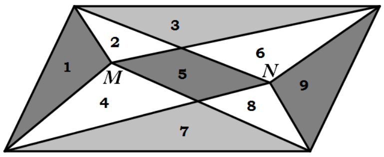
Задача 10.

Слайд 1.



Внутри параллелограмма отмечены две произвольные точки. Тогда сумма светло-серых площадей равна сумме темно-серых площадей.

Слайд 2.



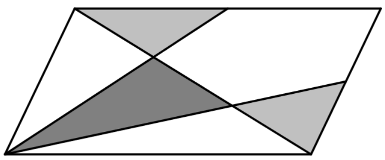
– Что получаем по 7 задаче относительно точки M? (*Получим следующее равенство для сумм площадей фигур:*) **1+5+6+8+9=2+3+4+7**, *то есть* **(1+5+9)+(6+8)=(3+7)+(2+4)**.

– Что получаем аналогично относительно точки N? (*Получим следующее равенство для сумм площадей фигур:*) **1+2+4+5+9=3+6+7+8**, *то есть* **(1+5+9)+(2+4)=(3+7)+(6+8)**.

– Что получится если сложить полученные равенства? (*Получим что удвоенная сумма площадей темно-серых фигур и сумма всех белых фигур равна удвоенной сумме светло-серых фигур и сумме всех белых фигур. Сумма площадей всех белых фигур одинакова, значит можно ее не учитывать. Получаем, что сумма площадей темно-серых фигур равна сумме площадей светло-серых фигур.*)

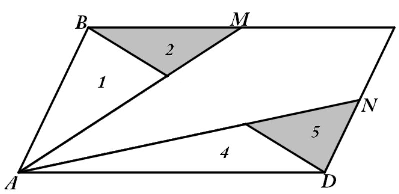
Задача 11.

Слайд 1.



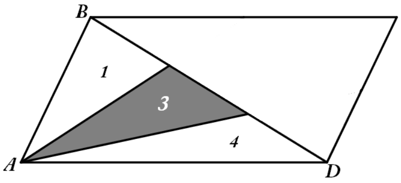
Вершина параллелограмма соединена с серединами сторон. Доказать, что темно-серая площадь равна светло-серой.

Слайд 2.



– Чему равна площадь треугольника ΔABM? (*Площадь этого треугольника равна половине площади треугольника, образованного диагональю параллелограмма, значит, равна четверти исходного параллелограмма, и составляет сумму первой и второй частей*) $\mathbf{1+2=\frac{S}{4}}$.

– Чему равна площадь треугольника ΔAND? (*Площадь этого треугольника также равна половине площади треугольника, образованного диагональю параллелограмма, значит, равна четверти исходного параллелограмма, и составляет сумму четвертой и пятой частей*) $\mathbf{4+5=\frac{S}{4}}$.

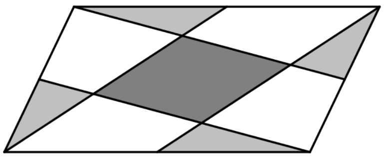


Слайд 3.

– Чему равна площадь треугольника ΔABD? (*Площадь этого треугольника равна половине площади параллелограмма, и составляет сумму первой, третьей и четвертой частей*) $\mathbf{1{+}3{+}4{=}\frac{S}{2}}$.

– Что получаем в итоге? *Получаем* $S_{\Delta ABM}+S_{\Delta AND}=\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{4}}+\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{4}}=\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{2}}=S_{\Delta ABD}$, **(1+2)+(4+5)=1+3+4**, *откуда, вычитая равные белые части, получим* **2+5=3**, то есть сумма площадей светло-серых частей равна площади темно-серой части.

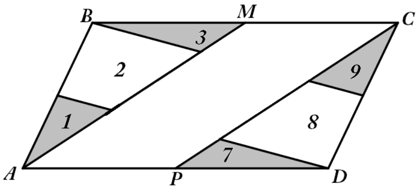
Задача 12.



Слайд 1.

Вершины параллелограмма соединили с серединами сторон. Доказать, что темно-серая площадь расна светло-серой.

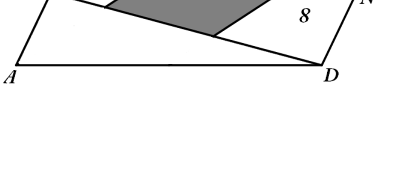
Слайд 2.



– Чему равна площадь треугольника ΔABM? (*Площадь этого треугольника равна половине площади треугольника, образованного диагональю параллелограмма, значит, равна четверти исходного параллелограмма, и составляет сумму первой, второй и третьей частей*) $\mathbf{1{+}2{+}3{=}\frac{S}{4}}$.

– Чему равна площадь треугольника ΔCDP? (*Площадь этого треугольника также равна половине площади треугольника, образованного диагональю параллелограмма, значит, равна четверти исходного параллелограмма, и составляет сумму седьмой, восьмой и девятой частей*) $\mathbf{7{+}8{+}9{=}\frac{S}{4}}$.

Слайд 3.



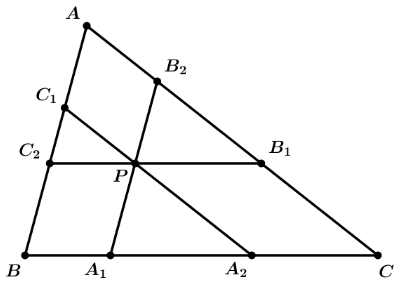
– Чему равна площадь параллелограмма $BNDT$? (*Площадь этого параллелограмма равна половине площади исходного параллелограмма, так как основание его меньше в два раза, и составляет сумму второй, пятой и восьмой частей*) $\mathbf{2{+}5{+}8{=}\frac{S}{2}}$.

– Что получаем в итоге?

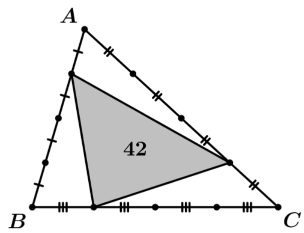
Получаем $S_{\Delta ABM}+S_{\Delta CDP}=\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{4}}+\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{4}}=\frac{\mathbf{S}}{\mathbf{2}}=S_{BNDT}$,
(1+2+3)+(7+8+9)=2+5+8, *откуда, вычитая равные белые части, получим* **1+3+7+9=5**, то есть сумма площадей светло-серых частей равна площади темно-серой части.

Задачи для самостоятельного решения

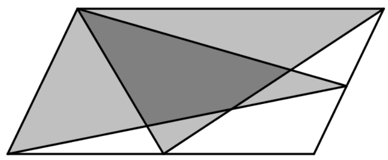
Задача 13. Через точку P внутри треугольника ΔABC провели прямые, параллельные сторонам. Доказать, что площади треугольников $\Delta A_1B_1C_1$ и $\Delta A_2B_2C_2$ равны.



Задача 14. Площадь серого треугольника равна 42. Найти площадь треугольника ΔABC.



Задача 15. Две точки на соседних сторонах параллелограмма соединили отрезками с вершинами противоположных сторон. Доказать, что темно-серая площадь равна белой площади.



Заключение

В заключении хотелось бы отметить, что такая устная работа при решении планиметрических задач развивает логику мышления, стимулирует его. В результате применения системы вопросов при выполнении таких заданий у учащихся развиваются: навыки формулирования ответов на вопросы – это им дается намного легче; навыки умения самим себе задавать вопросы по задаче, отвечая на которые продвигаются в решении задачи.

Решение планиметрических задач посредством устной работы сейчас является очень актуальным направлением в обучении математике. Оно способствует снятию стресса перед устной работой, вызвынной практически отсутствием заданий подобного вида при работе в классе. Учащиеся при решении таких задач избавляются от косноязычия, от совершения логических ошибок в доказательствах и выводах, сформированные преимущественно письменными формами работы и итоговым контролем в виде тестов, которые можно скорректировать заданиями подобного вида.

Кроме того, устная работа при решении планиметрических задач позволяет провести более качественную подготовку к ЕГЭ, ОГЭ по математике, а именно, в задачах повышенного и высокого уровней сложности по разделу “Планиметрия”.

Считаем нашу работу очень востребованной в настоящих условиях обучения математике и подготоке к аттестиции по математике в 9-х, 11-х классах. Продолжим применять устную работу при решении задач по другим разделам школьного курса математики.

Конкурирующие интересы. Авторы заявляют, что конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы участвовали в написании статьи и полностью несут ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Список литературы/References

[1] Прохоров А. М., *Большая Советская энциклопедия*. Т. 9, Советская энциклопедия, М., 1972, 624 с. [Prokhorov A. M., *Bol'shaya Sovetskaya entsiklopediya*. V. 9, Sovetskaya entsiklopediya, M., 1972, 624 pp.]

[2] Метельский Н. В., *Дидактика математики: Общая методика и ее проблемы*, учеб. пособ. для вузов, Изд-во БГУ, М., 1982, 256 с. [Metel'skiy N. V., *Didaktika matematiki: Obshchaya metodika i yeye problemy*, ucheb. posob. dlya vuzov, Izd-vo BGU, M., 1982, 256 pp.]

[3] Столяр А. А., *Методы обучения математике*, учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ун-тов и мат. фак. ун-тов, Высш. шк., М., 1966, 190 с. [Stolyar A. A., *Metody obucheniya matematike*, ucheb. posobiye dlya fiz.-mat. fak. ped. un-tov i mat. fak. un-tov, Vyssh. shk., M., 1966, 190 pp.]

[4] Черкасов Р. С., Столяр А. А., *Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика*, учеб. пособ. для студ. пед. ин-тов, Просвещение, М., 1985, 336 с. [Cherkasov R. S., Stolyar A. A., *Metodika prepodavaniya matematiki v sredney shkole: Obshchaya metodika*, ucheb. posob. dlya stud. ped. in-tov, Prosveshcheniye, M., 1985, 336 pp.]

[5] Леонтьев А. Н., *Деятельность. Сознание. Личность*, Политиздат, М., 1975, 304 с. [Leont'yev A. N., *Deyatel'nost'. Soznaniye. Lichnost'*, Politizdat, M., 1975, 304 pp.]

[6] Рубинштейн С. Л., *Основы общей психологии*, Учпедгиз, М., 1946, 704 с. [Rubinshteyn S. L., *Osnovy obshchey psikhologii*, Uchpedgiz, M., 1946, 704 pp.]

[7] Сериков В. В., *Образование и личность. Теория и практика проектирования педагогических систем*, Изд-во «Логос», М., 1999, 272 с. [Serikov V. V., *Obrazovaniye i lichnost'. Teoriya i praktika proyektirovaniya pedagogicheskikh sistem*, Izd-vo «Logos», M., 1999, 272 pp.]

[8] Балл Г. А., “О психологическом содержании понятия «задача»”, *Вопросы психологии*, 1970, № 6, 75-85. [Ball G. A., “O psikhologicheskom soderzhanii ponyatiya «zadacha»”, *Voprosy psikhologii*, 1970, № 6, 75-85].

[9] Брадис В. М., *Методика преподавания математики в средней школе*, Учпедгиз, М., 1954, 504 с. [Брадис В. М., *Методика преподавания математики в средней школе*, Учпедгиз, М., 1954, 504 pp.]

[10] Лященко Е. И., *Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики*, учеб. пособ. для студ. физ.-мат. спец. пед. ин-тов, Просвещение, М., 1988, 222 с. [Lyashchenko Ye. I., *Laboratornyye i prakticheskiye raboty po metodike prepodavaniya matematiki*, ucheb. posob. dlya stud. fiz.-mat. spets. ped. in-tov, Prosveshcheniye, M., 1988, 222 pp.]

[11] Оганесян В. А., Колягин Ю. М. и др., *Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика*, учеб. пособ. для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов, Просвещение, М., 1980, 368 с. [Oganesyan V. A., Kolyagin YU. M. i dr., *Metodika prepodavaniya matematiki v sredney shkole: Obshchaya metodika*, ucheb. posob. dlya stud. fiz.-mat. fak. ped. in-tov, Prosveshcheniye, M., 1980, 368 pp.]

[12] Фридман Л. М., *Как научить решать задачи*, НПО «МОДЭК», М., 1999, 240 с. [Fridman L. M., *Kak nauchit' reshat' zadachi*, NPO «MODEK», M., 1999, 240 pp.]

[13] Скарбич С. Н., *Формирование исследовательских компетенций учащих в процессе обучения решению планиметрических задач:*, учеб. пособие, ФЛИНТА, М., 2011, 194 с. [Skarbich S. N., *Formirovaniye issledovatel'skikh kompetentsiy uchashchikh v protsesse obucheniya resheniyu planimetricheskikh zadach:*, ucheb. posobiye, FLINTA, M., 2011, 194 pp.]

[14] Батчаева П. А., *Устные упражнения как одно из средств формирования математической культуры учащихся V-IX классов*, дисс. ... канд. пед. наук, Карачаевск, 2010, 197 с. [Batchayeva P. A., *Ustnyye uprazhneniya kak odno iz sredstv formirovaniya matematicheskoy kul'tury uchashchikhsya V-IX klassov*, diss. ... kand. ped. nauk, Karachayevsk, 2010, 197 pp.]

[15] Богодухова В. А., *Устные упражнения и их значение при обучении математике.*, Электронный ресурс `https://urok.1sept.ru/статьи/648904`. [Bogodukhova V. A., *Ustnyye uprazhneniya i ikh znacheniye pri obuchenii matematike.*, Elektronnyy resurs `https://urok.1sept.ru/stat'i/648904`].

[16] Бояркина С. С., *Организация устной работы на уроках математики в системе подготовки к ОГЭ с применением ИКТ*, `-1682104.html`. [Boyarkina S. S., *Organizatsiya ustnoy raboty na urokakh matematiki v sisteme podgotovki k OGE s primeneniyem IKT*, `-1682104.html`].

[17] Зайцева О. П., "Роль устного счёта в формировании вычислительных навыков и в развитии личности ребёнка", *Начальная школа*, 2001, № 1, 5-8. [Zaytseva O. P., "Rol' ustnogo schota v formirovanii vychislitel'nykh navykov i v razvitii lichnosti rebonka", *Nachal'naya shkola*, 2001, № 1, 5-8].

[18] Кравченко В. С., Оксман Л. С., Янковская Н. А., *Устные упражнения по математике в 1-3 классах*, Пособие для учителей, Просвещение, М., 1979, 143 с. [Kravchenko V. S., Oksman L. S., Yankovskaya N. A., *Ustnyye uprazhneniya po matematike v 1-3 klassakh*, Posobiye dlya uchiteley, Prosveshcheniye, M., 1979, 143 Свернуть pp.]

[19] *Дополнительные главы геометрии. 7 класс*, Сириус `https://edu.sirius.online/course/3`. [*Dopolnitel'nyye glavy geometrii. 7 klass*, Sirius `https://edu.sirius.online/course/3`].

[20] *Дополнительные главы геометрии. 8 класс*, Сириус `https://edu.sirius.online/course/4`. [*Dopolnitel'nyye glavy geometrii. 8 klass*, Sirius `https://edu.sirius.online/course/4`].

Список литературы (ГОСТ)

[1] Большая Советская энциклопедия: в 31 т. – М.: Советская энциклопедия, 1972. Т. 9. 624 с.

[2] Метельский Н. В. Дидактика математики: Общая методика и ее проблемы: учеб. пособ. для вузов. М.: Изд-во БГУ, 1982. 256 с.

[3] Столяр А. А. Методы обучения математике: учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ун-тов и мат. фак. ун-тов. М.: Высш. шк., 1966. 190 с.

[4] Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: учеб. пособ. для студ. пед. ин-тов / сост. Р. С. Черкасов, А. А. Столяр. М.: Просвещение, 1985. 336 с.

[5] Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. М.: Политиздат, 1975. 304 с.

[6] Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. М.: Учпедгиз, 1946. 704 с.

[7] Сериков В. В. Образование и личность. Теория и практика проектирования педагогических систем. М.: Изд-во «Логос», 1999. 272 с.

[8] Балл Г. А. О психологическом содержании понятия «задача» // Вопросы психологии. 1970. № 6. С. 75-85.

[9] Брадис В. М. Методика преподавания математики в средней школе. М.: Учпедгиз, 1954. 504 с.

[10] Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: учеб. пособ. для студ. физ.-мат. спец. пед. ин-тов / под ред. Е. И. Лященко. М.: Просвещение, 1988. 222 с.
[11] Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: учеб. пособ. для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин и др. М.: Просвещение, 1980. 368 с.
[12] Фридман Л. М. Как научить решать задачи. М.: Московский психо-лого-социальный ин-тут; Воронеж: НПО «МОДЭК», 1999. 240 с.
[13] Скарбич С. Н. Формирование исследовательских компетенций учащих в процессе обучения решению планиметрических задач: [электронный ресурс] учеб. пособие / С. Н. Скарбич; науч. ред. д-р пед. наук, проф. В. А. Далингер. М.: ФЛИНТА, 2011. 194 с.
[14] Батчаева П. А. Устные упражнения как одно из средств формирования математической культуры учащихся V-IX классов: дисс. ... канд. пед. наук. Карачаевск, 2010. 197 с.
[15] Богодухова В. А. Устные упражнения и их значение при обучении математике. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://urok.1sept.ru/статьи/648904
[16] Бояркина С. С. Организация устной работы на уроках математики в системе подготовки к ОГЭ с применением ИКТ. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://infourok.ru/organizaciya-ustnoy-raboti-na-urokah-matematiki-v-sisteme-podgotovki-k-oge-s-primeneniem-ikt-
-1682104.html
[17] Зайцева О.П. Роль устного счёта в формировании вычислительных навыков и в развитии личности ребёнка // Начальная школа. 2001. №1. С. 5-8.
[18] Кравченко В. С. Устные упражнения по математике в 1-3 классах: Пособие для учителей / В.С. Кравченко, Л. С. Оксман, Н. А. Янковская. М.: Просвещение, 1979. 143 с.
[19] Дополнительные главы геометрии. 7 класс. - Текст : электронный // Сириус. Курсы [сайт]. - URL: https://edu.sirius.online/course/3.
[20] Дополнительные главы геометрии. 8 класс. - Текст : электронный // Сириус. Курсы [сайт]. - URL: https://edu.sirius.online/course/4.

Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki. 2020. vol. 31. no. 2. pp. 150–167. ISSN 2079-6641

TEACHING AND METHODOLOGICAL MATERIALS

MSC 86-05 Research Article

Solution of planimetric tasks by oral operation

O. K. Zhdanova, T. P. Yakovleva

Vitus Bering Kamchatka State University, Petropavlovsk-Kamchatskiy, 683032, Pogranichnaya str., 4, Russia

E-mail: kafmat@mail.ru

The article presents various approaches to the concept of oral work, oral exercises, task; The methodology for solving planimetric problems through oral work is considered. The materials of the article can be used in teaching mathematics, in preparation for the exam, exam in mathematics.

Key words: oral work, oral exercises, task, planimetric task, teaching mathematics

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-150-167

Original article submitted: 25.03.2020 Revision submitted: 13.05.2020

For citation. Zhdanova O. K., Yakovleva T. P. Solution of planimetric tasks by oral operation. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2020, **31**: 2, 150-167. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-150-167

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

© Zhdanova O. K., Yakovleva T. P., 2020

Funding. This research received no specific grant from any funding agency in the public, commercial, or not-for-profit sectors