Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2020. Т. 31. № 2. C. 226-235. ISSN 2079-6641

УДК 512.24 Научная статья

Программные генераторы случайных блужданий

А. Д. Царев

Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 683032,
г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4
E-mail: andreytsaryov96@mail.ru

Разработка программных генераторов расчета случайных величин соответсвующих основным угловым распределениям на окружности, фрактальных броуновских движений (ФБД) на окружности, поверхности и сфере с применением численных методов, метода обратной функции и спектрального метода фильтрации ФБД.

Ключевые слова: угловое распределение, случайная величина, фрактальное броуновское движение, численные методы, метод обратных функций

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-226-235

Поступила в редакцию: 17.04.2020 В окончательном варианте: 14.05.2020

Для цитирования. Царев А. Д. Программные генераторы случайных блужданий // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2020. Т. 31. № 2. C. 226-235. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-226-235

Введение

Результатами измерений во многих областях науки и практической деятельности являются направления на плоскости и/или в пространстве. Так, можно говорить об измерениях курсов в аэро- и морской навигации, многих метеорологические измерения, направлениях залегания геологических пластов, расположении точек на небесной сфере в наблюдательной астрономии, значениях фаз гармонических колебаний и многих других измерениях.

Понятно, что формально для статистического описания таких измерений можно применять обычный аппарат теории вероятностей и математической статистики, однако непосредственное применение его «в лоб» может приводить к бессмысленным результатам. Например, результат обычного усреднения двух измерений азимута в 1^o и 359^o даст в результате 180^o, хотя здравый смысл говорит о том, что среднее направление будет нулевое. Поэтому, математический аппарат анализа угловых измерений опирается на специфические законы распределения, учитывающие особенность этих «направленных» измерений, и соответствующие статистики. На идейном уровне все

Финансирование. Исследование выполнялось без финансирования

эти вероятностные модели рассматривают угловые измерения как направления единичных векторов или, что равносильно, как точки на единичной окружности или сфере.

Разработка имитационных моделей систем и процессов связанных с угловыми распределениями требует использования программных генераторов основных модельных законов. Помимо имитации случайных величин для задач моделирования процессов, протекающих на окружности или сфере, важной для приложений задачей являтеся имитация случайных блужданий, среди которых важнейшим является броуновское.

В настоящей работе описываются разработанные программные генераторы некоторых важнейших распределенй угловых случайных величин и блужданий.

Случайные распределения

Рассмотрим некоторые распределения случайных величин, а также дадим понятие фрактальному броуновскому движению.

Равномерное распределение. На окружности данное распределение не концентрируется вокруг какого-нибудь направления и имеет максимальный разброс. Его плотность распределения выражается формулой $f(X) = \frac{1}{2\pi}$, а функция распределения – $F(X) = \frac{X}{2\pi}$.

Намотанное распределение Пуассона. Данное распределение является случаем биномиального распределения, когда число испытаний достаточно большое, а вероятность события мала. Его также называют распределением редких событий. Это распределения определяется вероятностями

$$P\left\{X \equiv \frac{2\pi r}{l} (\mathrm{mod}\, 2\pi)\right\} = \sum_{k=0}^{\infty} p(r+kl;\lambda),\ r = 0,1,...,l-1,$$

где l – целое и

$$p(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!},\ x = 0,1,...;\ \lambda > 0.$$

Распределение Мизеса. В этом распределении важную роль играют два входных параметра: μ – круговое среднее направление случайного угла($|\mu| < \infty$); k – характеристика концентрации распределения в окрестности μ (k >0). Плотность данного распределения выражается формулой $f(X) = \frac{1}{2\pi I_0(k)} \exp\{k\cos(X-\mu)\}$, где $I_0(k)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода и нулевого порядка. Функцию распределения нельзя получить аналитически, поэтому мы применяем метод трапеций, а именно составную формулу трапеций. Мы получим приближенную формулу функции распределения, точность которой определяется заданной длиной шага разбиения отрезка.

Треугольное распределение. Плотность данного распределения выражается формулой $f(X) = \frac{1}{8\pi}[4-\pi^2\rho+2\pi\rho|\pi-X|]$, $\rho \leq \frac{4}{\pi^2}$. Так как в формуле есть модуль, функция распределения может быть выражена в следующем виде:

$$F_1(X) = -\frac{\rho X^2}{8} + \frac{(-\pi^2\rho+2\pi^2\rho+4)X}{8\pi} \text{ для отрезка } (0 < X < \pi); \quad (1)$$

$$F_2(X) = \frac{1}{2} + \frac{\rho(-\pi^2+X^2)}{8} + \frac{(-\pi^2\rho+2\pi^2\rho+4)(X-\pi)}{8\pi} \text{ для отрезка } (\pi < X < 2\pi). \quad (2)$$

Также функцию распределения можно получить с помощью метода трапеций. В итоге мы получаем два способа нахождения случайной величины.

Кардиоидное распределение. График плотности распределения вероятностей в полярных координатах представляет собой кардиоиду. Это распределение симметрично и одновершинно. При $\rho = 0$ оно превращается в равномерное распределение, и, таким образом, при малых ρ описывает слабые отклонения от равномерности $(|\rho| < \frac{1}{2})$[1].

Плотность распределения выражается формулой

$$f(X) = \frac{1}{2\pi}(1 + \rho\cos(X - X_0)), \text{ где } |X_0| < \infty.$$

Функция распределения

$$F(X) = \frac{1}{2\pi}\left(X + 2\rho\sin\left(\frac{X}{2}\right)\cos\left(\frac{X - 2X_0}{2}\right)\right).$$

Броуновское движение. Прежде всего нам понадобится определение гауссовского случайного процесса. Случайный процесс $X(t)$ называется гауссовским, если для каждого конечного набора моментов времени $t_1, t_2, ..., t_n$ вектор $(X(t_1), X(t_2), ..., X(t_n))$ имеет гауссовское распределение [2].

Гауссовский процесс $X(t)$ называется одномерным броуновским движением, или винеровским процессом на интервале $[a,\ b]$, если он обладает следующими свойствами:

1. $X(0) = 0$ и функция $X(t)$ почти непрерывна, т.е. почти все реализации процесса $X(t)$ непрерывны;

2. Свойство гауссовости приращений: случайная величина $\Delta X = X(t_2) - X(t_1)$, $t_2 > t_1$, имеет гауссовское распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией $\sigma^2(t_2 - t_1)$,где σ – положительная константа, то есть

$$P(\Delta < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(t_2 - t_1)}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2(t_2 - t_1)}\right)du.$$

Фрактальное броуновское движение. Гауссовский процесс $X(t)$ называется фрактальным броуновским движением с параметром $H(0 < H < 1)$, если он обладает следующими свойствами [3, 4]:

1. $X(0) = 0$ и функция $X(t)$ почти всегда непрерывна;

2. Свойство гауссовости приращений: случайная величина $\Delta X = X(t_2) - X(t_1)$ имеет гауссовское распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma^2(t_2 - t_1)^{2H}$,где σ – положительная константа, то есть

$$P(\Delta < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(t_2 - t_1)^H}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma(t_2 - t_1)^H}\right)^2\right)du.$$

Метод обратных функций

Пусть требуется получить значения случайной величины X, распределенной в интервале $(a;b)$ с плотностью вероятности $f(x)$. Стоит заметить, что в интервале $(a;b)$ возможны случаи, когда $a = -\infty$ и $b = \infty$. Это говорит о том, что этот метод работает не только для распределений из ограниченных промежутков.

Стандартный метод моделирования основан на том, что интегральная функция распределения $F(y)=\int_a^y f(x)dx$ любой непрерывной случайной величины, вычисленная при $y=X$ равномерно распределена в интервале (0;1) [5].

Тогда случайную величину X с произвольной плотностью распределения $f(x)$ можно рассчитать по следующему алгоритму:

1. Необходимо сгенерировать случайную величину r, равномерно распределенную в интервале (0;1).

2. Приравнять сгенерированное случайное число известной функции распределения $F(X)$ и получить уравнение $F(X)=\int_a^x f(x)dx=r$.

3. Решая уравнение $X=F_{-1}(r)$, находим искомое значение X.

Такой способ получения случайных величин называется методом обратных функций.

Графически этот метод можно представить так:

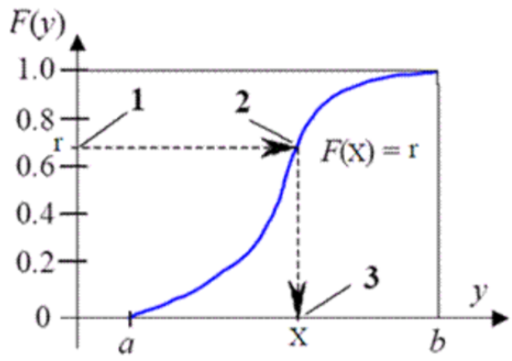

Рис. 1. Графическое изображение метода обратных функций

Рассмотрим случаи, которые встречаются чаще всего при решении подобных задач [6].

Первый случай.

1. Интегрируя плотность распределения, мы без особых проблем и аналитически находим функцию распределения.

2. Приравняв функцию распределения к сгенерированной случайной величине, мы также без особых проблем и аналитически находим искомую случайную величину.

В этом случае мы можем получить явные формулы генератора случайной величины. Но расчет по этим формулам может быть трудоемок и практически малоприменим.

Второй случай:

1. Интегрируя плотность распределения, мы без особых проблем и аналитически находим функцию распределения.

2. Приравняв функцию распределения к сгенерированной случайной величине, мы не можем решить уравнение аналитически. В этом случае решаем уравнение с помощью метода бисекций и находим искомую случайную величину.

Третий случай:

1. Интегрируя плотность распределения, мы не можем аналитически найти функцию распределения. В этом случае мы можем воспользоваться методом трапеций. С его помощью приближенно находим функцию распределения. Точность этого метода определяется выбранной длиной шага разбиения отрезка.

2. Генерируем равномерную величину и определяем решение уравнения по схеме. Мы имеем массив точек, полученных в предыдущем пункте $(x_i, F(x_i))$. Затем берем случайную величину (γ). Определяем k из условия $F(x_k \leq \gamma < F(x_{k+1}))$. Определяем решение по линейной аппроксимации на отрезке $[x_k,\ x_{k+1}]$ [7].

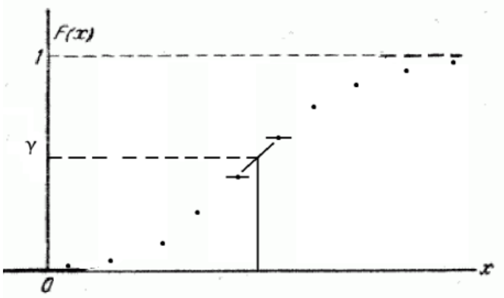

Рис. 2. Метод трапеций

Первый случай теоретически является самым точным из этих трех. Второй - менее точный за счет применения численного метода (метод бисекций). Третий же случай является самым неточным, так как в нем применяется два численных метода (метод трапеций и метод бисекций). Также третий случай может требовать больше времени на расчеты, если указать максимальную точность используемых методов [8, 9].

Описание генераторов распределений случайных величин

Равномерное распределение. Для генерации случайной величины на окружности, распределенной по равномерному закону, необходимо вычислить величину α:

$$\alpha = 2\pi r,$$

где r — любое число, равномерно распределенное в отрезке $[0;1]$

Намотанное нормальное распределение. Для генерации данного распределения найдем α:

$$\alpha = \sqrt{-2\ln(r_1)}\cos(2\pi r_2)(\mod 2\pi),$$

где r_1 и r_2 — независимые случайные числа, которые равномерно распределены в отрезке $[0;1]$.

Намотанное распределение Пуассона. Для генерации случайной величины нужен входной параметр $l = 500$. Введем переменные: r как число от 0 до 1, $p = \exp(-l)$, k $= 0$, g $=$ p.

Теперь запустим цикл, в который программа генератора будет входить при условии $r > g$. Тело цикла:

1. с каждым шагом увеличиваем параметр k на единицу;
2. переобозначим p как $p(\frac{l}{k})$;
3. переобозначим g как $g + p$

Теперь вычислим искомое значение: $\alpha = k(\mod 2\pi)$.

Кардиоидное распределение. Для генерации данного распределения нужны следующие входные параметры: $\theta_0 = \frac{3\pi}{4}$, $\rho = 0.4$ и $E = 10^{-6}$.

Введем функцию, зависящую от двух параметров θ и r (число от 0 до 1), которая будет возвращать результат:

$$f(\theta, r) = \frac{1}{2\pi}\left(\theta + 2\rho \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta - 2\theta_0}{2}\right)\right) - r$$

Для дальнейшей генерации мы должны воспользоваться методом бисекций на отрезке $[a,b]$. Обозначим: $a = 0$, $b = 2\pi$, $l = b - a$. Приступим к циклу, в который программа генератора будет входить при условии $l > E$:

1. $A = f(a;r)$;
2. $B = f(b;r)$;
3. $c = \frac{a+b}{2}$;
4. $C = f(c,r)$;
5. добавим в цикл условие, чтобы выбрать отрезок, на котором находится искомая величина: если $A \cdot C < 0$, тогда $b = c$; а если $A \cdot C \geq 0$, тогда $a = c$;
6. Переобозначим l как $\frac{l}{2}$. На этом цикл завершен. Вычисленное значение c будет являтся случайной величиной, соответствующей закону кардиоидного распределения.

Распределение Мизеса. Введем входные параметры: $E = 10 - 6$, $k = 1$, $\mu = \frac{3\pi}{4}$ и $h = 0,01$. Высчитаем значение Бесселя, для этого нам понадобятся две функции:

$$bessel(\theta) = \frac{1}{2\pi}\exp(k\cos(\theta))).$$

А для расчета второй функции $fbessel(h)$ введем параметры $sum = 0$ и $step = 0$. Создадим цикл, который будет повторяться целое число $\frac{2\pi}{h}$ раз: переобозначаем sum как $sum + \frac{bessel(step)+bessel(step+h)}{2}$ и с каждым шагом увеличиваем значение $step$ на h. В конечном итоге, функция $fbessel(h)$ вернет результат $sum \cdot h$.

Функция для расчета плотности распределения:

$$P(\theta) = \frac{1}{2\pi fbessel(h)}\exp(k\cos(\theta - \mu)).$$

Для рассчета Функции расспределения Мизеса $f(\theta, r, h)$ введем переменные $sum = 0$ и $step = 0$. Запустим цикл, повторяющийся целое число $\frac{\theta}{h}$ раз. В этом цикле с каждым разом мы переобозначаем sum как $sum + \frac{P(step)+P(step+h)}{2}$ и увеличиваем $step$ на h. Функция вернет результат $sum \cdot h - r$.

Находим искомую величину, применяя к этой функции метод бисекций, описанный раннее.

Треугольное распределение. Как было сказано выше, данное распределение имеет два способа решения. Разберем оба из них.

Первый способ. Решим уравнения 1 и 2 аналитически с последующим применением метода бисекций на отрезке $[a;b]$. Введем две функции:

$$F_1(\theta, r) = -\frac{\rho\theta^2}{8} + \frac{(\pi^2\rho + 4)\theta}{8\pi} - r$$

и

$$F_2(\theta, r) = \frac{1}{2} + \frac{\rho(-\pi^2 + \theta^2)}{8} + \frac{(-3\pi^2\rho + 4)(-\pi + \theta)}{8\pi} - r.$$

Далее применяем метод бисекций для этих функций, описанный раннее, только с одним условием: если значение $r < 0.5$, то применяем в методе первую функцию; если $r \geq 0.5$ – вторую функцию.

Второй способ. Зададим функцию плотности:

$$P(\theta) = \frac{1}{8\pi}(4 - \pi^2\rho + 2\pi\rho|\pi - \theta|).$$

Теперь зададим функцию распределения $f(\theta, r, h)$. Введем переменные $sum = 0$ и $step = 0$. Запустим цикл, повторяющийся целое число $\frac{\theta}{h}$ раз. В этом цикле с каждым разом мы переобозначаем sum как $sum + \frac{P(step)+P(step+h)}{2}$ и увеличиваем $step$ на h. Функция вернут результат $sum \cdot h - r$.

Далее будем искать необходимую величину с помощью метода трапеций. Имеем входные данные: $E = 10^{-6}$, $\rho = \frac{4}{\pi^3}$, $a = 0$, $b = 2\pi$, $h = 0.01$, r – число от 0 до 1 и $l = b - a$. Входим в цикл с условием $l > E$:

1. $A = f(a, r, h)$
2. $B = f(b, r, h)$
3. $c = \frac{a+b}{2}$
4. $C = f(c, r, h)$
5. добавим в цикл условие, чтобы выбрать отрезок, на котором находится искомая величина: если $A \cdot C < 0$, тогда $b = c$; а если $A \cdot C \geq 0$, тогда $a = c$;
6. Переобозначим l как $\frac{l}{2}$. На этом цикл завершен. Вычисленное значение c будет являтся случайной величиной, соответствующей закону треугольного распределения.

Координаты всех полученных значений случайных величин можем отобразить на окружности:

$$x = R\cos(\alpha), y = R\sin(\alpha),$$

где R — радиус окружности.

Фрактальное броуновское движение (ФБД). Введем входные данные: $H = 0.8$, $s = 1$, $m = 4$, $N = 2^m$, $D = N$, $d = \frac{N}{2}$, $L = 1$, r – число от 0 до 1, матрицу значений ФБД $W[N \times N]$. Сразу обнулим угловые значения матрицы.

Приступим к вычислению значений. Входим в главный цикл с условием $L \leq m$:

1. Переобозначим s как $\frac{s}{2^{\frac{H}{2}}}$;

2. Запустим внешний цикл с внутренним циклом с условиями $i \leq N - d$ и $j \leq N - d$, где $i = d$ и $j = d$ соответственно. В этом цикле посчитаем значения следующих элеменов матрицы: $W[i][j] = (W[i+d][j+d] + W[i+d][j-d] + W[i-d][j+d] + W[i-d][j-d])/4 + sr$. После каждого шага увеличиваем j на D во внутреннем цикле и i на D во внешнем.

3. Теперь посчитаем значения всех крайних элементов. Для этого входим в цикл с условием $i \leq N - d$, где $i = d$

Первый столбец: $W[i][0] = (W[i+d][0] + W[i-d][0] + W[i][d])/3 + sr$

Последний столбец: $W[i][N] = (W[i+d][N] + W[i-d][N] + W[i][N-d])/3 + sr$

Первая строка: $W[0][i] = (W[0][i+d] + W[0][i-d] + W[d][i])/3 + sr$

Последняя строка: $W[N][i] = (W[N][i+d] + W[N][i-d] + W[N-d][i])/3 + sr$

После каждого шага увеличиваем i на D.

4. Нам вновь понадобится двойной цикл. Во внешнем $i = d$ и условие $i \leq N - d$; во внутреннем $j = D$ и условие $j \leq N - d$. Вычислим значения элементов матрицы:

$W[i][j]=(W[i][j+d]+W[i][j-d]+W[i+d][j]+W[i-d][j])/4+sr$. После каждого шага внутренного цикла увеличиваем j на D, после внешнего i на D

5. Последний двойной цикл. Во внешнем $i=D$ и условие $i \leq N-d$; во внутреннем $j=d$ и условие $j \leq N-d$. Вычислим значения элементов матрицы: $W[i][j]=(W[i][j+d]+W[i][j-d]+W[i+d][j]+W[i-d,j])/4+sr$. После каждого шага внутренного цикла увеливаем j на D, после внешнего i на D

6. Каждый шаг главного цикла заканчиваем переобозначением D на $\frac{D}{2}$, d на $\frac{d}{2}$ и увеличиваем L на единицу.

В результате получаем матрицу значений ФБД.

Для того чтобы отобразить полученную матрицу на поверхности или на сфере, введем координатную плоскость. По оси OX располагаются значения ϕ, которые меняются от $-\pi$ до π с шагом $\frac{\pi}{N}$. По оси OY располагаются значения λ, которые меняются от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$ с шагом $\frac{2\pi}{N}$. Каждой точки этой плоскости соответсвует элемент матрицы W, который в визуальном представлении придает рельеф этой плоскости, то есть, к примеру, значение величины ФБД - некая высота или глубина рельефа по сравнению с уровнем моря.

Перед тем как отображать полученную поверхность как сферу, мы должны избежать следующих ситауций:

1. полюс имеет сразу несколько высот, чего быть не может. Чтоб избежать этого, мы должны взять все верхние и нижние элементы матрицы и посчитать их среднее значение и присвоить к своим полюсам;

2. боковые стороны поверхностей при сворачивании в сферу дадут различные высоты на одной линии широты, чего снова быть не может. Чтоб избежать этого, посчитаем боковые значения на одной долготе как среднее значение и переприсвоем к своим координатам.

В результате данной генерации мы получим модель сферы с рельефом.

Заключение

В результате работы мы получили набор программ - генераторов для основных угловых распределений на окружности и фрактальных броуновских блужданий на окружности и сфере. Также эти программы имеют возможность визуализации результатов моделирования. В основу математических расчетов был положен метод обратных функций, с помощью которого мы находили искомую случайную величину, приравнивая функцию распределения к случайному значению от 0 до 1. После нахождения мы переводили ее в декартовые координаты x, y и в случае сферы z, используя стандартные формулы связи декартовых и полярных координат. Далее изображаем полученные точки на окружность радиусом 1. Сложность работы, в основном, была в нахождении функции распределения как интеграл от плотности распределения, так как этот интеграл не всегда можно было вычислить аналитически и приходилось пользоваться численными методами (метод трапеций). Следовательно, мы получали либо большую погрешность, либо относительно долгое время расчетов с минимальной погрешностью.

Таким образом были запрограммированы генераторы для основных угловых распределений на окружности и фрактальных броуновских блужданий на окружности и сфере.

Конкурирующие интересы. Автор заявляют, что конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Автор участвовал в написании статьи и полностью несет ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена автором.

Список литературы/References

[1] Мардиа К., *Статистический анализ угловых наблюдений: учебное пособие*, Наука, М., 1978. [Mardia K., *Statisticheskiy analiz uglovykh nablyudeniy: uchebnoye posobiye*, Nauka, M., 1978].

[2] Хида Т., *Броуновское движение*, учебное пособие, Наука, М., 1987. [Khida T., *Brounovskoye dvizheniye*, uchebnoye posobiye, Nauka, M., 1987].

[3] Вентцель А. Д., *Курс теории случайных процессов*, Наука, М., 1996.

[4] Мандельброт Б., *Фрактальная геометрия природы*, Институт компьютерных исследований, М., 2002. [Mandel'brot B., *Fraktal'naya geometriya prirody*, Institut komp'yuternykh issledovaniy, M., 2002].

[5] Кроновер Р. М., *Фракталы и хаос в динамических системах*, Постмаркет, М., 2000. [Kronover R. M., *Fraktaly i khaos v dinamicheskikh sistemakh*, Postmarket, M., 2000].

[6] Соболь И. М., *Численные методы Монте-Карло*, учебное пособие, Наука, М., 1973. [Sobol' I. M., *Chislennyye metody Monte-Karlo*, uchebnoye posobiye, Nauka, M., 1973].

[7] Вержбицкий В. М., *Основы численных методов*, учебник для вузов, Высш. шк., М., 2002. [Verzhbitskiy V. M., *Osnovy chislennykh metodov*, uchebnik dlya vuzov, Vyssh. shk., M., 2002].

[8] Гмурман В. Е., *Теория вероятностей и математическая статистика*, Высшая школа, М., 1998. [Gmurman V. Ye., *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika*, Vysshaya shkola, M., 1998].

[9] Чистяков В. П., *Курс теории вероятностей*, Издат. дом Лань, М., 2008. [Chistyakov V. P., *Kurs teorii veroyatnostey*, Izdat. dom Lan', M., 2008].

Список литературы (ГОСТ)

[1] Мардиа К. Статистический анализ угловых наблюдений: учебное пособие. М.: Наука, 1978.

[2] Хида Т. Броуновское движение: учебное пособие. М.: Наука, 1987.

[3] Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. М.: Наука, 1996.

[4] Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.

[5] Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. М.: Постмаркет, 2000.

[6] Соболь И. М. Численные методы Монте-Карло: учебное пособие. М.: Наука, 1973.

[7] Вержбицкий В. М. Основы численных методов: учебник для вузов. М.: Высш. шк., 2002.

[8] Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: “Высшая школа”, 1998.

[9] Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. М.: Издат. дом Лань, 2008.

MSC 82B41 Research Article

Random walk software generation

A. D. Tsarev

Vitus Bering Kamchatka State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Pogranichnaya st., 4, Russia
E-mail: andreytsaryov96@mail.ru

The development of programmatic generators for random variables calculation which are corresponding to the main angular distributions on circle, for random variables of fractional Brownian motion (FBM) on circle, on surface and on sphere by means of numerical methods, inverse function method and spectral method of FBM filtration.

Key words: angular distribution, random variable, fractional Brownian motion, numerical methods, inverse function method.

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-226-235

Original article submitted: 17.04.2020 Revision submitted: 14.05.2020

For citation. Tsarev A. D. Random walk software generation. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2020, **31**: 2, 226-235. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-31-2-226-235

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

Funding. This research received no specific grant from any funding agency in the public, commercial, or not-for-profit sectors