004.942

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ФРАКТАЛЬНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕД*

А. А. Егоров^{1,2}, Т. В. Гавриленко^{1,2}, Д. А. Быковских²

¹ Сургутский филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН 628426, Тюменская область, Ханты-Мансийский автономный округ – Югра, г. Сургут, ул. Базовая, д. 34.

² БУ ВО «Сургутский государственный университет», 628412, Тюменская область, Ханты-Мансийский автономный округ – Югра, г. Сургут, пр. Ленина, д. 1

E-mail: eaafit@gmail.com

В статье представлены результаты исследования моделей пористых сред построенных на основе стохастических фракталов шум Перлина и газовое облако, в частности представлены подходы к определению структуры пористого пространства и его проницаемости. Рассматриваются вопросы оценки параметров пористости сред. Описываются механизмы сегментации областей пористых сред. Представлены результаты моделирования и расчётов пористости модели, фрактальной размерности, а также взаимосвязь данных показателей. Показаны возможности разработанного комплекс программного обеспечения «Кернализ» по анализу и сегментированию двумерных срезов, как матриц, полученных методами генерации стохастических фракталов, так и матриц реальных пористых сред. Показано, что фрактальная размерность созданных матриц и пористых сред, сохраняется для любых масштабов среза и размеров сетки фракталов использованных для построения моделей пористых сред, а также фрактальная размерность матриц и пористых сред зависит от параметра бинарной фильтрации, формирующего заданную пористость, путем изменения соотношения матриц, открытых и закрытых пор, к общему объему образца.

Ключевые слова: стохастический фрактал, пористые среды, шум Перлина, фрактальная размерность, сегментация изображений.

© Егоров А. А., Гавриленко Т. В., Быковских Д. А., 2020

Введение

В геофизике и биофизике существует класс задач, связанных с моделированием пористых пространств и течением жидкостей в них. Исследование физических свойств пористых сред и их реакции на различные воздействия с использованием

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №18-47-860005 p_a.

различного оборудования сопряжено с целым рядом проблем и имеет высокую стоимость. Создание адекватных цифровых двойников позволяет осуществлять многократное моделирование в различных условиях и множественной параметризацией. В работе в качестве объекта моделирования используется пористая среда, как частный случай - горная порода, хотя результаты могут быть использованы и при моделировании любых пористых сред в том числе и биологических. Пористые среды формируются в течении значительного времени и как следствие в результате множества случайных и закономерных процессов состоит из разнородных объектов, распределенных в непредсказуемом порядке для исследователя. В этом процессе очень многое определяет случайность. Использование стохастических фракталов, позволяет с заданной точностью воссоздавать природные объекты исключительно математическими методами, так как они находят свое отражение в естественных физических процессах. Для изучения физических процессов, протекающих в пористых средах значительную роль играют пространственные параметры модели. В связи с чем, создаваемые цифровые двойники – фрактальные пористые среды легко могут быть приведены к конкретным геометрическим и пространственным показателям, в любом масштабе. Геометрические и пространственные показатели позволяют определять площадь и объем порового пространства, количество закрытых и открытых пор.

Модель пористых сред

В анализе пористых сред часто используется усредненное описание соотношения сегментов матрицы и пористого пространства. Например, соотношение объема жидкости (флюида), заполняющего поровое пространство к полному объёму. Само понятие плотности среды является усредненным показателем, дающим лишь приблизительную оценку соотношения массы к объёму. Одним из ключевых вопросов является фактическое значение объема жидкости (флюида) в пористой среде, и площадь взаимодействия жидкости (флюида) с пористой средой. В свою очередь, оценка площади взаимодействия усложняется фрактальным характером матрицы пористой среды. Даже многократно изученная и решаемая задача определения длины береговой линии вызывает значительные затруднения. Расчёт и оценка величины объема и площади напрямую зависит от точности измерения [1]. Методы расчёта и необходимая точность измерения остаются открытыми по сей день. В данной работе для определения сложности структуры пористых сред использовалась оценка фрактальной размерности. В качестве цифровых моделей пористых сред были использованы фрактальные пористые структуры, созданные на основе стохастических фракталов: шум Перлина и газовое облако на основе алгоритма Octahedron and Cube, описанных в работах [1, 2]. Сравнительный анализ показал, что оба фрактала способны с высокой степенью адекватности (в качестве параметра для проверки адекватности использовался параметр пористости) формировать матрицу пористой среды с заданными параметрами пористости. На рис. 1 изображены 3D матрицы, полученные на основе стохастических фракталов.

Матрицы, представленные на рис. 1, представляют собой 3-х мерные кубы размерами 257x257x257. Модели были построены при заданном параметре бинарной фильтрации $f = 500$. В результате, для модели на основе шума Перлина значение пористости составило 49.84%, плотность 50.16%. Для модели на основе газового фрактала значение пористости 48.84%, и плотность 51.16%.

Рис. 1. Матрица: а) шум Перлина; б) Газовый фрактал

Пористость модели рассчитывалась как отношение объема пор на объем тела:

$$\varepsilon = \frac{V_{pore}}{V_{full}}.$$

Плотность отношение объема каркасных элементов к полному объему тела:

$$1 - \varepsilon = \frac{V_{carcass}}{V_{full}}.$$

Для формирования моделей пористых сред требуемой сложности и необходимого размера, а также моделирования гидродинамики был разработан специализированный программный продукт «Кернализ». Изменяя параметры генерации шума и параметры бинарной фильтрации можно изменять структурные характеристики модели и добиваться требуемой пористости и проницаемости. Размерность матрицы определяется размерами генерируемых фракталов и размерностью сетки, формирующей каркас внутренней структуры. Относительное выражение плотности и пористости не дает полного представления о структуре пор. В результате формирования модели формируются закрытые и открытые области (поры). Закрытые области, также являются порами, но при этом не участвуют в течении жидкости (флюида) через пористую среду. Методика оценки количества закрытых пор приведена в работе [3]. В частности, использован волновой алгоритм обхода пористой среды. В результате, для модели реализованной на базе шума Перлина процент закрытых пор равен 0.88%, в то время как для модели, реализованной на газовом облаке этот процент составил 0.19%. Это говорит о различиях в структуре модели породы и более высокой, но не значительной проницаемости модели, реализованной на газовом фрактале.

Определение фрактальной размерности пористых сред

Независимо, от способа построения, все фракталы имеют фрактальную размерность, это некоторое число D , называемое фрактальной размерностью Хаусдорфа [4–6]. Для модели размерами $257 \times 257 \times 257$, D – фрактальная размерность по Хаусдорфу определяется следующим образом, в трехмерном пространстве существует

множество точек N_0 . Чтобы покрыть это множество, необходимо $N(\varepsilon)$ – кубов с характерным размером ε , причём $N(\varepsilon) \approx \frac{1}{\varepsilon^D}$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ определяется законом подобия. Саму величину D называют фрактальной размерностью по Хаусдорфу:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log N(\frac{1}{\varepsilon})}.$$

В ходе исследования были проведены расчеты фрактальных размерностей для моделей, полученных на основе фракталов: шума Перлина и газовое облако. Изменяемыми параметрами создания моделей были: размер фрактала, параметр бинарной фильтрации f , параметр шума и размер сетки. Расчёты показали, что фрактальная размерность имеет обратную зависимость от количества открытых пор. Увеличение параметра фильтрации приводит к уменьшению размерности фрактала (рис. 2).

Рис. 2. График зависимости дисперсии от параметра бинарной фильтрации

Малые значения фильтрации (высокая плотность модели) снижают зависимость фрактальной размерности от параметров фрактала: шума и размера сетки. Как следствие дисперсия фрактальной размерности падает с плотностью среды.

На рис. 3 приведен график зависимости дисперсии фрактальной размерности от параметра фильтрации.

В таблице приведены фрактальные размерности моделей с зафиксированным параметром фильтрации $f=500$.

Рис. 3. График зависимости дисперсии от параметра бинарной фильтрации

Таблица

Фрактальные размерности

Октавы	Размерность сетки						
	2	3	4	5	6	7	8
1	2.552	2.546	2.552	2.547	2.544	2.555	2.559
2	2.589	2.54	2.547	2.546	2.551	2.563	2.551
3	2.575	2.53	2.526	2.543	2.558	2.548	2.569
4	2.584	2.527	2.515	2.552	2.554	2.556	2.569
5	2.578	2.537	2.521	2.55	2.553	2.551	2.566
6	2.579	2.538	2.52	2.55	2.556	2.555	2.566
7	2.578	2.537	2.521	2.551	2.556	2.556	2.566
8	2.577	2.536	2.52	2.551	2.555	2.556	2.565

Фрактальная размерность зависит от параметров фрактала в меньшей степени и в большей степени носит стохастический характер, что подтверждается данными из таблицы. Это связано с тем, что алгоритм построения фрактала при любых входных параметрах формирует само подобную структуру вне зависимости от масштаба. Таким образом алгоритмы формирования моделей на основе стохастических фракталов позволяют сформировать модель любого размера, не меняя при этом характеристик пористости и проницаемости.

Сегментация структуры двумерной пористой среды

Для оценки структуры пористой среды необходимо понимание о характеристиках отдельных её элементов. Пространственно-неоднородные области матриц и порового пространства подлежат определению и могут быть идентифицированы с использованием методов сегментации. Одной из задач определения структуры порового пространства являлась разработка вычислительных алгоритмов сегментации двумерных

и трехмерных изображений. В данной работе внимание уделено сегментации двумерных изображений. Одним из оптимальных алгоритмов сегментации изображений с точки зрения соотношения время работы алгоритма – качество, является алгоритм Efficient Graph-based Image Segmentation представленный в работе [7]. Алгоритм волнового анализа пористой среды описанный в работе [3], позволил классифицировать пористую среду на открытые и закрытые поры. Реализация алгоритма сегментации двумерных изображений в программном продукте Кернализ, позволила идентифицировать области, определить размеры и границы элементов матрицы и пористой среды.

На рис. 4а изображен срез матрицы куба с размером стороны 257, размером сетки 8 и параметром фильтрации 450. Белым цветом обозначено открытое пористое пространство. Красным цветом обозначено закрытое пористое пространство.

Рис. 4. Матрица: а) открытое и закрытое пористое пространство; б) сегментированное пористое пространство

Алгоритм сегментации пористого пространства (рис. 4, б) определил количество сегментов матрицы равное 53, количество сегментов пористого пространства, равное 1598. Пористое пространство состоит из 681 закрытого сегмента и 917 сегментов открытых. С целью определения зависимости фрактальной размерности, от количества и размера сегментов был проведен ряд расчетов. На рис. 5 изображены сегментированные пористые среды для фракталов с размером сетки от 1 до 7 (слева направо).

Рис. 5. Сегментированное пористое пространство с размером сетки от 1 до 7 (слева направо)

На рис. 6 представлена гистограмма зависимости количества сегментов матрицы и сегментов пористого пространства от размера сетки. На гистограмме видно, что по мере увеличения размера сетки пористое пространство увеличивается в отношении к

сегментам матрицы. Это связано со спецификой перепада градиента при построении фрактала.

Рис. 6. График зависимости фрактальной размерности от количества сегментов

В свою очередь, расчет фрактальной размерности показал, что количество сегментов, организующих матрицу породы и сегментов, формирующих порисую среду не влияет на фрактальную размерность. Изменения фрактальной размерности носят стохастический характер и слабо связаны с количеством открытых и закрытых пор. Процентное распределение объёмов пор в зависимости от размера отображено на рис. 7.

Рис. 7. а) распределение объёмов пор, сгруппированных по размеру, б) сегментированный срез пористой среды ($f = 500$)

Анализ распределения показывает неоднородность размеров пористых областей. При этом присутствуют как крупные связанные области, занимающие фактически

треть пространства, так и небольшие пространства объемом менее 1 процента. Поры размерами от 1 до 106 единиц были объединены в одну область и составляют 19.95% от общего объема. На рис. 7, б показано сегментированное изображение среза матрицы, на основе которого было построено данное процентное распределение. Черным цветом изображена матрица. Цветными областями отмечены сегменты пористой среды не связанные друг с другом в двумерном пространстве.

Заключение

Моделирование пористых сред с использованием фрактальных структур имеет большой потенциал. Для построения адекватных моделей и создания полномасштабных «цифровых двойников» пористых сред, кернов, горных пород необходим спектр методов оценки результатов моделирования и проверки адекватности. В данной статье представлены методы, связанные с оценкой фрактальных структур по наиболее важным характеристикам. В результате:

- Показаны возможности разработанного комплекса программного обеспечения «Кер-нализ» по анализу и сегментированию двумерных срезов, как матриц полученных методами генерации стохастических фракталов, так и матриц реальных пористых сред.
- Показано, что фрактальная размерность созданных матриц и пористых сред, сохраняется для любых масштабов среза и размеров сетки фракталов использованных для построения моделей пористых сред, а также фрактальная размерность матриц и пористых сред зависит от параметра бинарной фильтрации, формирующего заданную пористость, путем изменения соотношения матриц, открытых и закрытых пор, к общему объему образца.

Список литературы/References

- [1] Ken Perlin, "Improving Noise", *SIGGRAPH '02 Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, 2002, 681–682.
- [2] Егоров А. А., "Трехмерный стохастический фрактал газовое облако", *Вестник кибернетики*, **27:3** (2017), 47–52. [Yegorov A. A., "Trekhmernyy stokhasticheskiy fraktal gazovoye oblako", *Vestnik kibernetiki*, **27:3** (2017), 47–52].
- [3] Егоров А. А., Гавриленко Т. В., "Методика анализа пористости и проницаемости керна волновым алгоритмом", *Материалы III Всероссийской научно-практической конференции Север России: стратегии и перспективы развития*, 2017, 70–75. [Yegorov A. A., Gavrilenko T. V., "Metodika analiza poristosti i pronitsayemosti kerna volnovym algoritmom", *Materialy III Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii Sever Rossii: strategii i perspektivy razvitiya*, 2017, 70–75].
- [4] Мандельброт Б., *Фрактальная геометрия природы*, Институт компьютерных исследований, М., 2002, 656 с. [Mandel'brot B., *Fraktal'naya geometriya prirody*, Institut komp'yuternykh issledovaniy, M., 2002, 656 pp.]
- [5] Кроновер Р. М., *Фракталы и хаос в динамических системах*, Постмаркет, М., 2000, 352 с. [Kronover R. M., *Fraktaly i khaos v dinamicheskikh sistemakh*, Postmarket, M., 2000, 352 pp.]
- [6] Гелашвили Д. Б., и др., *Фракталы и мультифракталы в биоэкологии : Монография*, Изд-во Нижегородского государственного университета, Нижний Новгород., 2013, 370 с. [Gelashvili D. B., i dr., *Fraktaly i mul'tifraktaly v bioekologii : Monografiya*, Izd-vo Nizhegorodskogo gosuniversiteta, Nizhniy Novgorod., 2013, 370 pp.]

- [7] Felzenszwalb P., Huttenlocher D., “Efficient Graph-Based Image Segmentation”, *International Journal of Computer Vision*, **59**:2 (2004), 167–181.

Список литературы (ГОСТ)

- [1] Ken Perlin. Improving Noise // SIGGRAPH '02 Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. 2002. pp. 681–682.
- [2] Егоров А. А. Трехмерный стохастический фрактал газовое облако // Вестник кибернетики. 2017. Т. 27. №3. С. 47–52.
- [3] Егоров А. А., Гавриленко Т. В. Методика анализа пористости и проницаемости керна волновым алгоритмом // Материалы III Всероссийской научно-практической конференции Север России: стратегии и перспективы развития. 2017. С. 70–75.
- [4] Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований. 2002. 656 с.
- [5] Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.
- [6] Гелашвили Д. Б., и др. Фракталы и мультифракталы в биоэкологии. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. 370 с.
- [7] Felzenszwalb P., Huttenlocher D. Efficient Graph-Based Image Segmentation // *International Journal of Computer Vision*. 2004. vol. 59. no. 2. pp. 167–181.

Для цитирования: Егоров А. А., Быковских Д. А., Гавриленко Т. В. Оценка параметров фрактальных пористых сред // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. 2020. Т. 30. № 1. С. 87-96. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-30-1-87-96

For citation: Egorov A. A., Gavrilenko T. V., Bykovskikh D. A. Evaluation of the parameters of fractal porous media, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*. 2020, **30**: 1, 87-96. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-30-1-87-96

Поступила в редакцию / Original article submitted: 18.02.2020

DOI: 10.26117/2079-6641-2020-30-1-87-96

MSC 68U20

EVALUATION OF THE PARAMETERS OF FRACTAL POROUS MEDIA¹

A. A. Egorov^{1,2}, T. V. Gavrilenko^{1,2}, D. A. Bykovskikh²

¹ Surgut Branch of SRISA 628426, Surgut, Bazovaya st., 34, Russia

² Surgut State University, 628412, Surgut, Lenina st., 1, Russia

E-mail: eaafit@gmail.com

The article presents the results of a study of models of porous media based on stochastic fractals Perlin noise and gas cloud. In particular, it presents approaches to determining the structure of a porous space and its permeability. The article deals with evaluation of parameters of the porous media. Mechanisms of segmentation of areas of porous media are described. The results of modeling and calculations of the model porosity, fractal dimension, and the relationship of these indicators are presented. The possibilities of the developed "Kernaliz" software package for analyzing and segmenting two-dimensional sections, both matrices obtained by generating stochastic fractals and matrices of real porous media, are shown. It is shown that the fractal dimension of the created matrices and porous media is preserved for any cut-off scale and grid size of the fractals used to build models of porous media, as well as the fractal dimension of the matrices and porous media depends on the binary filtering parameter that forms the specified porosity by changing the ratio of the matrices, open and closed pores, to the total volume of the sample.

Key words: stochastic fractal, porous media, Perlin noise, fractal dimension, image segmentation.

© Egorov A. A., Gavrilenko T. V., Bykovskikh D. A., 2020

¹This work was supported by the RFBR grant No. 18-47-860005 p_a.