Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2017. № 1(17). C. 7-13. ISSN 2079-6641

DOI: 10.18454/2079-6641-2017-17-1-7-13

МАТЕМАТИКА

УДК 517.956.6

ЛИНЕЙНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА ВТОРОГО ПОРЯДКА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ В ТРЁХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

С. З. Джамалов

Институт математики Академии наук Узбекистана, 100125,
г.Ташкент, Академгородок, ул. Дурман йули, 29
E-mail: siroj63@mail.ru

В работе рассматриваются вопросы корректности одной линейной обратной задачи для уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка в трёхмерном пространстве. Для этой задачи методами «ε -регуляризации», Галеркина и последовательностью приближений доказаны теоремы существования и единственности решения в определенном классе.

Ключевые слова: линейная обратная задача, корректность решения, метод Галеркина, метод «ε - регуляризации», метод последовательных приближений.

MATHEMATICS

MSC 34M10, 35M20

THE LINEAR INVERSE PROBLEM FOR THE MIXED TYPE EQUATION OF THE SECOND KIND OF THE SECOND ORDER WITH NONLOCAL BOUNDARY CONDITIONS IN THREE-DIMENSIONAL SPACE

S. Z. Djamalov

Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, 100125, Tashkent, Academgorodok, Do'rmon yo'li, 29 str.
E-mail: siroj63@mail.ru

In the present work the problems of correctness of a linear inverse problem for the mixed type equation of the second kind of the second order in three-dimensional space are considered. For this problem, the theorems on existence and uniqueness of the solution are proved in certain class by «ε-regularization», Galerkin's and of successive approximations methods.

Keywords: a linear inverse problem, correctness of solution, Galerkin's method, «ε - regularization» method, method of successive approximations.

Введение

В процессе исследования нелокальных задач была выявлена тесная взаимосвязь задач с нелокальными краевыми условиями и обратными задачами. К настоящему времени достаточно хорошо изучены обратные задачи для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов. [1,2,8,9,12]. Значительно менее изученными являются обратные задачи для уравнений смешанного типа [6,10,11].

Частично восполнить данный пробел мы и попытаемся в рамках этой работы.

Формулировка задачи

В области $Q=(0,1)\times(0,T)\times(0,\ell)=Q_1\times(0,\ell)$ рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка.

$$Lu=K(x,t)\,u_{tt}-\Delta u+\alpha\,(x,t)\,u_t+c\,(x,t)\,u=\psi\,(x,t,y) \tag{1}$$

где $\Delta u=u_{xx}+u_{yy}$ оператор Лапласа в плоскости. Предположим, что коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции и пусть $K(x,0)\le 0\le K(x,T)$. Уравнения (1) относится к уравнениям смешанного типа второго рода, так как на знак функции $K(x,t)$ по переменной t внутри области Q не налагается никаких ограничений [3].

Задача 1. *(Нелокальная краевая задача) Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям.*

$$\gamma u\,(x,0,y)=u\,(x,T,y) \tag{2}$$

$$D_x^p u|_{x=0}=D_x^p u|_{x=1} \tag{3}$$

$$D_y^p u\big|_{y=0}=D_y^p u\big|_{y=\ell},\,p=0,1, \tag{4}$$

где $\gamma-const\neq 0$, такое что $\gamma\in(1,\infty)$. Отметим, что в работах [4,5] в случае $K(x,0)\le 0\le K(x,T)$. при определенных условиях на коэффициенты уравнения и правую часть уравнения (1) была доказана корректность решения задачи (2)-(4) из пространства С.Л. Соболева $W_2^l(Q)$, когда $2\le l$-целое число.

В данной работе при дополнительном условии решение уравнения (1) ищется в определенных классах- как само решение, так и правая часть уравнения. Пусть $\psi\,(x,t,y)=g\,(x,t,y)+h\,(x,t)\cdot f\,(x,t,y)$, где $g\,(x,t,y)$ и $f\,(x,t,y)$ – заданные функции.

Задача 2. *(Линейная обратная задача) Найти функции $(u(x,t,y),\,h(x,t))$ удовлетворяющие уравнению (1) в области Q, такие, что функция $u\,(x,t,y)$ удовлетворяет краевым условиям (2)-(4) и дополнительному условию*

$$u(x,t,\ell_0)=\phi\,(x,t), \tag{5}$$

где $0<\ell_0<\ell<+\infty$.

Теорема 1. *Пусть выполнены вышеуказанные условия для коэффициентов уравнения (1), кроме того, пусть $2\alpha-|K_t|+\lambda K\ge\delta_1>0$; $\lambda\ c-c_t\ge\delta_2>0$; где$\lambda=\frac{2}{T}\ln\gamma$ такое, что $\gamma\in(1,\infty)$, $\alpha(x,0)=\alpha(x,T)$, $c(x,0)=c(x,T)$, пусть далее $(1+D_y^3)g\in W_2^1(Q)$; $\gamma g(x,0,y)=g(x,T,y)$; $g(x,t,\ell_0)=g_0(x,t)\in W_2^1(Q_1)$ $(1+D_y^3)f\in W_2^2(Q)$; $\gamma f(x,0,y)=f(x,T,y)$; $f(x,t,\ell_0)=f_0(x,t)\in W_2^2(Q_1)$;$|f_0(x,t)|\ge\eta>0$.*

Предположим, что заданная функция $\phi(x,t) \in W_2^2(Q_1)$ является решением следующей задачи

$$L_0\phi = K(x,t)\,\phi_{tt} - \phi_{xx} + \alpha(x,t)\,\phi_t + c(x,t)\,\phi = g_0(x,t)$$
$$\gamma \cdot \phi(x,0) = \phi(x,T); \quad D_x^p\phi\big|_{x=0} = D_x^p\phi\big|_{x=1}, p = 0,1.$$

однозначная разрешимость и гладкость решения, которой изучена в [4,5], и пусть существует положительное число ν такое, что $\delta_0 - 6\nu \geq \delta_* > 0$

$$2\rho \equiv M \cdot \sum_{s=0}^{\infty} (1+\mu_s^6)\,\|f_s\|^2_{W_2^1(Q_1)} < \delta_*, \delta_0 = \min\{\delta_1, \delta_2, \lambda\}; M - const\,(\delta_0; \eta; \nu^{-1}; ||g_0||; mes(Q_1))$$

Тогда функции

$$u(x,t,y) = \sum_{s=0}^{\infty} u_s(x,t)Y_s(y), h(x,t) = \frac{1}{f_0}\sum_{s=0}^{\infty}\mu_s^2 u_s(x,t)Y_s(\ell_0)$$

являются решением линейной обратной задачи (1)-(5) из класса

$$U = \{(u,h)|\ u \in W_2^2(Q); h \in W_2^2(Q_1); D_y^3\{u_{xx}, u_{tx}, u_{tt}\} \in L_2(Q);\ D_y^4 u \in L_2(Q)\}$$

где, функции $Y_k(y) = \{\frac{1}{\sqrt{\ell}}, \sqrt{\frac{2}{\ell}}\cos\mu_k y, \sqrt{\frac{2}{\ell}}\sin\mu_k y\}$, $\mu_s^2 = (\frac{2\pi s}{\ell})^2$, $k \in N_0 = N \cup \{0\}$, N – множества натуральных чисел, являются решениями спектральное задачи Штурма- Лиувилля с периодическими условиями. Известно, что система собственных функций $\{Y_k(y)\}$ – фундаментальна в пространстве $L_2(Q)$и в нем образует ортонормированный базис [14], а функции $u_s(x,t)$; $s = 0,1,2,3,...$ являются решением в области Q_1 соответствующих нагруженных задач.

$$Lu_s = L_0 u_s + \mu_s^2\,u_s = g_s + \frac{f_s}{f_0}\cdot\sum_{m=0}^{\infty}\mu_m^2 u_m Y_m(\ell_0) \equiv F_s(u_s) \tag{6}$$

$$\gamma u_s(x,0) = u_s(x,T) \tag{7}$$

$$D_x^p u_s|_{x=0} = D_x^p u_s|_{x=1}, p = 0,1 \tag{8}$$

где

$$f_s = \sqrt{\frac{2}{\ell}}\cdot\int_0^{\ell} f(x,t,y)Y_s(y)dy; \quad g_s = \sqrt{\frac{2}{\ell}}\cdot\int_0^{\ell} g(x,t,y)Y_s(y)dy.$$

Нагруженным уравнением принято называть уравнения с частными производными, содержащие в коэффициентах значения тех или иных функционалов от решения уравнения [7,8,9].

Доказательство. Докажем теорему 1 поэтапно. Сначала покажем, что функция $u(x,t,y)$ удовлетворяет дополнительному условию (5), т.е. $u(x,t,\ell_0) = \phi(x,t)$. Положим противное. Пусть $u(x,t,\ell_0) = v(x,t) \neq \phi(x,t)$, тогда для функции $z(x,t) = v(x,t) - \phi(x,t)$в области Q_1 из (6)-(8) получим

$$L_0 z = K(x,t)\,z_{tt} - z_{xx} + \alpha(x,t)\,z_t + c(x,t)\,z = 0 \tag{9}$$

$$\gamma\cdot z(x,0)=z(x,T);\quad D_x^p z|_{x=0}=D_x^p z|_{x=1}, p=0,1 \tag{10}$$

Из единственности решения задачи (9),(10) [4,5] следует что $z(x,t)=0$, т.е. $v(x,t)=\phi(x,t)$. В дальнейшем при доказательстве теоремы 1 нам понадобятся следующие обозначения и вспомогательные леммы. Пусть $u_{s,\varepsilon}\in W_2^2(Q_1)$, тогда определим пространства $W_i(Q_1); i=0,1,2$ с соответствующее нормой

$$\langle u_{s,\varepsilon}\rangle_i^2=\sum_{s=0}^{\infty}(1+\mu_s^6)\,\|u_{s,\varepsilon}\|^2_{W_2^i(Q_1)};i=0,1,2$$

при $i=0$; $W_0(Q_1)=L_2(Q_1)$. Очевидно, что пространства $W_i(Q_1); i=0,1,2$ с заданной нормой являются банаховыми [13]. Из теоремы вложения Соболева следует

$$W_2(Q_1)\subset W_1(Q_1)\subset W_0(Q_1).$$

Теорема 2. *Пусть выполнены все вышеуказанные условия теоремы 1,тогда существует единственное решение задачи (6)-(8) из пространства $W_2(Q_1)$.*

Доказательство. Сначала докажем разрешимость задачи (6)-(8), методами ε – регуляризации, последовательных приближений и априорных оценок [2,3,4,5,13], а именно рассмотрим семейство уравнений

$$L_\varepsilon u_{s,\varepsilon}^{(l)}=-\varepsilon\tfrac{\partial}{\partial t}\Delta u_{s,\varepsilon}^{(l)}+L_0\,u_{s,\varepsilon}^{(l)}+\mu_s^2\,u_{s,\varepsilon}^{(l)}=g_s+\tfrac{f_s}{f_0}\cdot\sum_{m=0}^{\infty}\mu_m^2\,u_{m,\varepsilon}^{(l-1)}\,Y_m(\ell_0)\equiv F_s(u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}) \tag{11}$$

$$\gamma D_t^q u_{s,\varepsilon}^{(l)}(x,0)=D_t^q u_{s,\varepsilon}^{(l)}(x,T);\; q=0,1,2 \tag{12}$$

$$D_x^p u_{s,\varepsilon}^{(l)}\Big|_{x=0}=D_x^p u_{s,\varepsilon}^{(l)}\Big|_{x=1}, p=0,1 \tag{13}$$

где $\varepsilon>0$, $\quad l=0,1,2,\ldots\ldots;\ \gamma-const\neq 0$, такое что $\gamma\in(1,\infty)$

Лемма 1. *Пусть выполнены все условия теоремы 2, тогда для решения задачи (11)-(13) справедливы следующие оценки*

I) $\frac{\varepsilon}{\delta_*}\left(\left\langle\frac{\partial^2}{\partial t^2}u_{s,\varepsilon}^{(l)}\right\rangle_0^2+\left\langle\frac{\partial^2 u_{s,\varepsilon}^{(l)}}{\partial t\,\partial x}\right\rangle_1^2\right)+\left\langle u_{s,\varepsilon}^{(l)}\right\rangle_1^2\le const(\not l),$

II) $\frac{\varepsilon}{\delta_*}\left\langle\frac{\partial\Delta u_{s,\varepsilon}^{(l)}}{\partial t}\right\rangle_0^2+\left\langle u_{s,\varepsilon}^{(l)}\right\rangle_2^2\le const(\not l).$

Символом const ($\not l$)здесь и далее обозначим постоянную, независящую от l.

Доказательство. Применяя результаты работы [2,4,5,6], методы индукции, априорных оценок и теоремы вложения С.Л. Соболева к тождествам

$$2(L_\varepsilon u_{s,\varepsilon}^{(l)}-F_s(u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}),\exp(-\lambda t)\frac{\partial}{\partial t}u_{s,\varepsilon}^{(l)})_0=0,-2(L_\varepsilon u_{s,\varepsilon}^{(l)}-F_s(u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}),\exp(-\frac{\lambda t}{2})\Delta\ell u_{s,\varepsilon}^{(l)})_0=0,$$

где $(\cdot,\cdot)_0$ -обычное скалярное произведение в $L_2(Q_1)$, $\Delta w=w_{tt}+w_{xx}$ оператор Лапласа по переменным t и x.

$$\Delta\ell w=\exp(-\frac{\lambda t}{2})\left[\frac{\partial\Delta w}{\partial t}-\lambda\;w_{tt}+\frac{\lambda^{\,2}}{4}w_t\right],$$

после интегрирования получим соответственно первую и вторую оценки. Лемма 1 доказана. □

Теперь введём новую функцию из $W_2(Q_1)$ по формуле $v_{s,\varepsilon}^{(l)} = u_{s,\varepsilon}^{(l)} - u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}; \varepsilon > 0; s = 0,1,2,\ldots; l = 1,2,3,\ldots$. Тогда для неё справедлива следующая лемма.

Лемма 2. *Пусть выполнены все условия теоремы 2 и леммы 1. Тогда для функции $\left\{v_{s,\varepsilon}^{(l)}\right\} \in W_2(Q_1)$ справедливы следующие оценки.*

III) $\frac{\varepsilon}{\delta_*}(\left\langle \frac{\partial^2}{\partial t^2} v_{s,\varepsilon}^{(l)} \right\rangle_0^2 + \left\langle \frac{\partial^2 u_{s,\varepsilon}^{(l)}}{\partial t \partial x} \right\rangle_0^2) + \left\langle v_{s,\varepsilon}^{(l)} \right\rangle_1^2 \leq \left(\frac{\rho}{\delta_*}\right)^{(l)} const(\not{l}),$

IV) $\frac{\varepsilon}{\delta_*} \left\langle \frac{\partial}{\partial t} \Delta v_{s,\varepsilon}^{(l)} \right\rangle_0^2 + \left\langle v_{s,\varepsilon}^{(l)} \right\rangle_2^2 \leq \left(\frac{\rho}{\delta_*}\right)^{(l)} const(\not{l}).$

Доказательство. Так как для функции $\left\{u_{s,\varepsilon}^{(l)}\right\} \in W_2(Q_1)$ справедливы оценки I),II), то, повторяя рассуждения леммы 1, получим утверждение леммы 2. □

Лемма 3. *Пусть выполнены все утверждения теоремы 2 и леммы 1 и 2. Тогда задача (11)-(13) однозначно разрешима в $W_2(Q_1)$, такое что*

$$\varepsilon \cdot \frac{\partial \Delta u_{s,\varepsilon}^{(l)}}{\partial t} \in W_0(Q_1),$$

Доказательство. Докажем методом сжимающих отображений [2,6,13,14]. Определим в пространстве $W_2(Q_1)$ оператор.

$$u_{s,\varepsilon}^{(l)} = L_\varepsilon^{-1} F_s(u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}) \equiv P u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}$$

1. *Покажем, что оператор P отображает пространства $W_2(Q_1)$ в себя.*

Пусть $\left\{u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}\right\} \in W_2(Q_1)$, тогда для решения задачи (11)-(13), справедливо утверждение леммы-1,т.е. справедлива оценка II). Отсюда для любых $l = 1,2,3...$, получим $\left\{u_{s,\varepsilon}^{(l)}\right\} \in W_2(Q_1)$. Таким образом $P : W_2(Q_1) \to W_2(Q_1)$

2. *Покажем, что P-сжимающий оператор.*

Пусть $\{u_{s,\varepsilon}^{(l)}\}$, $\{u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}\} \in W_2(Q_1)$. Рассмотрим новую функцию $v_{s,\varepsilon}^{(l)} = u_{s,\varepsilon}^{(l)} - u_{s,\varepsilon}^{(l-1)}$, для нее справедливо утверждение леммы-2, т.е. справедлива оценка IV),т.е.

$$\frac{\varepsilon}{\delta_*} \left\langle \frac{\partial}{\partial t} \Delta v_{s,\varepsilon}^{(l)} \right\rangle_0^2 + \left\langle v_{s,\varepsilon}^{(l)} \right\rangle_2^2 \leq \left(\frac{\rho}{\delta_*}\right)^{(l)} const(\not{l}).$$

Таким образом P-сжимающий оператор; по известному принципу сжимающих отображений [2,13,14], задача (11)-(13) имеет единственное решение, принадлежащее пространству $u_{s,\varepsilon} \in W_2(Q_1)$, такое, что $\varepsilon \cdot \frac{\partial \Delta u_{s,\varepsilon}}{\partial t} \in W_0(Q_1)$,при $\varepsilon > 0$. □

Теперь докажем теорему 2. Пусть $\{u_{s,\varepsilon}\} \in W_2(Q_1)$ при фиксированном $\varepsilon > 0$ есть единственное решение задачи (11)-(13). Тогда при $\varepsilon > 0$ для любого $s = 0,1,2,3,\ldots$ справедливо неравенство IV). По теореме о слабой компактности [3,13], из ограниченной последовательности $\{u_{s,\varepsilon}\}$ можно извлечь слабо сходящуюся под последовательность $\{u_{s,\varepsilon_j}\}$, такую, что $u_{s,\varepsilon_j} \to u_s$ слабо в $W_2(Q_1)$ при $\varepsilon_j \to 0$. Покажем, что предельная функция $u_s(x,t)$ удовлетворяет уравнению (6) почти всюду в $W_2(Q_1)$. Действительно, так как под последовательность $\{u_{s,\varepsilon_j}\}$ слабо сходится в $W_2(Q_1)$, а оператор $L-$ линеен, то при фиксированном s имеем

$$Lu_s - F_s = \varepsilon_j \frac{\partial \Delta u_{s,\varepsilon_j}}{\partial t} + L_0(u_{s,\varepsilon_j} - u_s)$$

Переходя к пределу при $\varepsilon_j \to 0$, получаем $Lu_s = F_s$ почти всюду. При фиксированном s функция $u_s(x,t)$ будет единственным решением задачи (6)-(8) из $W_2(Q_1)$. Чтобы доказать единственность задачи (6)-(8) рассмотрим следующее тождество

$$2(Lu_s - F_s, \exp(-\lambda t)\frac{\partial}{\partial t}u_s)_0 = 0$$

Применяя метод априорных оценок [4,5,13] при выполнений условий теоремы в $W_2(Q_1)$ получаем неравенство $\langle u_s \rangle_1 \leq 0$. Отсюда следует единственность решения задачи (6)-(8). Тем самым доказана теорема 2. □

Теперь докажем теорему 1. Так как выполнены все условия теоремы 1,2, используя равенства Парсеваля – Стеклова [13,14] для решения задачи (6)-(8) получим решение задачи (1)-(5) из указанного класса U. Тем самым доказана теорема-1. □

Список литературы

[1] Аниконов Ю. Е., *Некоторые методы исследования многомерных обратных задач для дифференциальных уравнений*, Наука, Новосибирск, 1978, 120 с. [Anikonov Ju. E., Nekotorye metody issledovanija mnogomernyh obratnyh zadach dlja differencial'nyh uravnenij, Nauka, Novosibirsk, 1978, 120 p.].

[2] Бубнов Б. А., *К вопросу о разрешимости многомерных обратных задач для параболических и гиперболических уравнений*, Препринты № 713,714, ВЦ.СО АН СССР, Новосибирск, 1987, 44 с. [Bubnov B. A., K voprosu o razreshimosti mnogomernyh obratnyh zadach dlja parabolicheskih i giperbolicheskih uravnenij, Preprinty № 713,714, VC. SO AN SSSR, Novosibirsk, 1987, 44 p.].

[3] Врагов В. Н., *Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики*, НГУ, Новосибирск, 1983, 84 с. [Vragov V. N., Kraevye zadachi dlja neklassicheskih uravnenij matematicheskoj fiziki, NGU, Novosibirsk, 1983, 84].

[4] Джамалов С. З., "Об одной нелокальной краевой задачи для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка", *Узбекский математический журнал*, 2014, № 1, 5-14. [Dzhamalov S. Z., "Ob odnoj nelokal'noj kraevoj zadachi dlja uravnenija smeshannogo tipa vtorogo roda vtorogo porjadka", Uzbekskij matematicheskij zhurnal, 2014, №1, 5-14.].

[5] Djamalov S. Z., "On the correctness of a nonlocal problem for the second order mixed type equation of the second kind in a rectangle", *IIUM Engineering Journal*, **17**:2 (2016), 95-104.

[6] Джамалов С. З., "Об одной линейной обратной задаче для уравнения Трикоми в трёхмерном пространстве.", *Вестник КРАУНЦ*, **13**:2 (2016), 12-17. [Djamalov S.Z. The linear inverse problem for the equation of Trikomi in three-dimensional space. Vestnik KRAUNTS. Phiz. & mat. nauki. 13:2. 2016. 12-17].

[7] Дженалиев М. Т., *К теории краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений*, Институт теоретической и прикладной математики, Алматы, 1995. [Dzhenaliev M. T., K teorii kraevyh zadach dlja nagruzhennyh differencial'nyh uravnenij, Institut teoreticheskoj i prikladnoj matematiki, Almaty, 1995].

[8] Кожанов А. И., "Нелинейные нагруженные уравнения и обратные задачи", *Журн. вычислит. математики и мат. физики*, **44**:4 (2004), 694-716. [Kozhanov A. I., "Nelinejnye nagruzhennye uravnenija i obratnye zadachi", Zhurn. vychislit. matematiki i mat. fiziki, 44:4 (2004), 694-716].

[9] Кожанов А. И, ".Об одном нелинейном нагруженном параболическом уравнений и о связанной с ним обратной задаче", *Мат.заметки*, **76**:6 (2004), 840-853. [Kozhanov A. I, ".Ob odnom nelinejnom nagruzhennom parabolicheskom uravnenij i o svjazannoj s nim obratnoj zadache", Mat.zametki, 76:6 (2004), 840-853].

[10] Сабитов К. Б, Сафин Э. М., "Обратная задача для уравнения параболо-гиперболического типа в прямоугольной области", *Докл. РАН*, **429**:4 (2009), 451-454. [Sabitov K. B, Safin Je. M., "Obratnaja zadacha dlja uravnenija parabolo-giperbolicheskogo tipa v prjamougol'noj oblasti", Dokl. RAN, 429:4 (2009), 451-454].

[11] Сабитов К. Б., Мартемьянова Н. В., "Нелокальная обратная задача для уравнения смешанного типа", *Изв. вузов. Математика*, 2011, № 2, 71-85. [Sabitov K. B., Martem'janova N. V., "Nelokal'naja obratnaja zadacha dlja uravnenija smeshannogo tipa", Izv. vuzov. Matematika, 2011, no 2, 71-85].

[12] Лаврентьев М. М, Романов В. Г, Васильев В. Г., *Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений*, Наука, Новосибирск, 1969, 67 с. [Lavrent'ev M. M, Romanov V. G, Vasil'ev V. G., Mnogomernye obratnye zadachi dlja differencial'nyh uravnenij, Nauka, Novosibirsk, 1969, 67].

[13] Ладыженская О. А., *Краевые задачи математической физики*, Наука, М., 1973. [Ladyzhenskaja O. A., Kraevye zadachi matematicheskoj fiziki, Nauka, M., 1973].

[14] Наймарк М. А., *Линейные дифференциальные операторы*, Наука, М., 1969. [Najmark M. A., Linejnye differencial'nye operatory, Nauka, M., 1969.].

Список литературы (ГОСТ)

[1] Аниконов Ю.Е. Некоторые методы исследования многомерных обратных задач для дифференциальных уравнений. Новосибирск: Наука, 1978. 120 с.

[2] Бубнов. Б. А. К вопросу о разрешимости многомерных обратных задач для параболических и гиперболических уравнений. Препринты №713,714. ВЦ.СО АН СССР. Новосибирск. 1987. 44 с.

[3] Врагов В.Н. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск. НГУ, 1983. 84 с.

[4] Джамалов С.З. Об одной нелокальной краевой задачи для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка // Узбекский математический журнал. 2014. №1. С.5-14

[5] Djamalov S.Z., On the correctness of a nonlocal problem for the second order mixed type equation of the second kind in a rectangle // IIUM Engineering Journal. 2016. vol.17. № 2. С. 95-104.

[6] Джамалов.С.З. Об одной линейной обратной задаче для уравнения Трикоми в трёхмерном пространстве // Вестник КРАУНЦ. 2016. №. 2(13). С.12-17

[7] Дженалиев М.Т. К теории краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений. Алматы: Институт теоретической и прикладной математики,1995.

[8] Кожанов А.И. Нелинейные нагруженные уравнения и обратные задачи // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2004. Т. 44. № 4. С. 694-716.

[9] Кожанов А.И.Об одном нелинейном нагруженном параболическом уравнений и о связанной с ним обратной задаче // Мат. заметки. 2004. Т. 76. №6. С. 840-853.

[10] Сабитов К.Б, Сафин Э.М. Обратная задача для уравнения параболо-гиперболического типа в прямоугольной области // Докл.РАН. 2009. Т. 429. №4. С. 451-454.

[11] Сабитов К.Б., Мартемьянова Н.В. Нелокальная обратная задача для уравнения смешанного типа // Изв. вузов. Математика. 2011. №2. С.71-85.

[12] Лаврентьев М.М, Романов В.Г, Васильев В.Г. Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск: Наука, 1969. 67 с.

[13] Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука,1973.

[14] Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука.1969.

Для цитирования: Джамалов С. З. Линейная обратная задача для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка с нелокальными граничными условиями в трёхмерном пространстве // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2017. № 1(17). C. 7-13. DOI: 10.18454/2079-6641-2017-17-1-7-13

For citation: Djamalov S. Z. The linear inverse problem for the mixed type equation of the second kind of the second order with nonlocal boundary conditions in three-dimensional space, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2017, **17**: 1, 7-13. DOI: 10.18454/2079-6641-2017-17-1-7-13

Поступила в редакцию / Original article submitted: 23.12.2016